

تطبيق معيار أصغر القيم العظمى لتحديد قرارات الدول المنتجة والدول الصناعية في السوق العالمي للنفط

إبراهيم أحمد مخلوف و أحمد درويش عابد

أستاذ مشارك - قسم الأساليب الكمية - كلية العلوم الإدارية - جامعة الملك سعود - الرياض -

المملكة العربية السعودية

(قدم للنشر في ٣٠/٦/١٤١٤هـ، وقبل للنشر في ٢٦/٧/١٤١٥هـ)

ملخص البحث . يتناول هذا البحث تحديد الكميات المثلى التي ينتجها كل من الأوبك والدول الأخرى المنتجة للنفط والتي تستهلكها الدول الصناعية، والعوائد المتوقعة المقابلة طبقاً لمعيار أصغر القيم العظمى عندما يتخذ كل طرف قراره بطريقة مستقلة وعندما يتعاون مع أي من الطرفين الآخرين وعندما تتعاون الأطراف الثلاثة معاً، وذلك في ضوء الكميات المنتجة من الأوبك والدول المنتجة الأخرى والكميات المستهلكة من الدول الصناعية والسعر العالمي للنفط خلال الفترة ١٩٨٠ - ١٩٨٩ م، وبناءً على العوائد المتوقعة الناتجة يتم تقدير قيمة شاذلي لكل طرف في كل هيكل تعاوني ممكن . وقد توصل البحث إلى نتائج معقولة تلقي بعض الضوء على العلاقة بين الأطراف الثلاثة في السوق العالمي للبتروول .

١ - المقدمة

سنفترض في هذه المقالة أن لدينا ثلاثة أطراف في السوق العالمي للنفط هي مجموعة دول الأوبك Opec ومجموعة الدول المنتجة الأخرى Non-Opec والدول الصناعية -Indus- tralized Countries تهدف مجموعة دول الأوبك ومجموعة الدول المنتجة الأخرى إلى تحديد الكمية المنتجة من النفط في كل منهما لتحقيق أكبر عائد ممكن، ومن ناحية أخرى تهدف الدول الصناعية إلى تحديد الكمية المستهلكة من النفط بأقل تكلفة ممكنة، وتهدف الأطراف

الثلاثة إلى تجنب تقلبات مفاجئة في العرض والطلب والسعر وإيجاد مناخ مستقر لنمو الاقتصاد العالمي .

سنفترض أن استراتيجيات Strategies كل من الأوبك والدول المنتجة الأخرى للنفط هي الكميات المنتجة من كل منهما وأن استراتيجيات الدول الصناعية هي الكميات المستهلكة في هذه الدول، وسيتم صياغة هذا الموقف صياغة كمية في صورة مباراة ثلاثية Three person game^(١) وذلك لأن العائد الذي يحصل عليه الأوبك والدول المنتجة الأخرى مقابل الكمية التي تنتجها من النفط والتكلفة التي تتحملها الدول الصناعية مقابل الكمية التي تستهلكها لا تتأثر فقط باستراتيجية طرف معين من هذه الأطراف ولكن تتأثر باستراتيجيات الأطراف الثلاثة معاً. وحيث إن مجموع عائد الأوبك والدول المنتجة الأخرى لا يساوي التكلفة التي تتحملها الدول الصناعية فإن المباراة الناتجة غير صفرية - Non-zero sum ، ولربط عائد الأوبك والدول المنتجة الأخرى وتكلفة الدول الصناعية باستراتيجيات الأطراف الثلاثة نكوّن أولاً دالة السعر كدالة في هذه الاستراتيجيات ثم نكوّن مصفوفة العائد لكل طرف عندما يتخذ قراره بطريقة مستقلة وعندما يتعاون طرفان من هذه الأطراف وكذلك عندما تتعاون الأطراف الثلاثة ثم نستخدم معيار أصغر القيم العظمى لإيجاد الكميات المثلى التي تنتجها الأوبك والدول المنتجة خارج الأوبك والتي تستهلكها الدول الصناعية والعوائد والتكلفة المقابلة لهذه الكميات سواءً بناءً على مصفوفات العوائد أو بناءً على دوال العوائد مباشرة، ونستخدم العوائد والتكلفة الناتجة في تقدير نصيب كل طرف طبقاً لقيمة شابلي Shapley Value.

٢ - صياغة دالة السعر

يعتمد تحديد استراتيجيات الأوبك والدول المنتجة الأخرى والدول الصناعية على تكوين دالة العائد لكل طرف من هذه الأطراف عندما يتخذ قراره بطريقة مستقلة أو عندما يتعاون مع أي من الطرفين الآخرين أو عندما تتعاون الأطراف الثلاثة معاً، لذلك سنصيغ أولاً دالة السعر كدالة في استراتيجيات الأطراف الثلاثة بناءً على بيانات الكمية المنتجة من الأوبك Q_0 والكميات المنتجة من الدول المنتجة الأخرى Q_N والكميات المستهلكة من

(١) انظر المراجع [١]، [٢].

الدول الصناعية Q_C ومتوسط السعر العالمي للنفط P خلال الفترة من عام ١٩٨٠ إلى عام ١٩٨٩ كما في جدول (١). وباستخدام طريقة المربعات الصغرى نحصل على العلاقة الخطية الآتية:

$$(1) \quad P(Q_O, Q_N, Q_C) = 6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C$$

(-4.275) (3.864)

جدول رقم (١). الكمية المنتجة من الأوبك ومن الدول المنتجة الأخرى والكمية المستهلكة من الدول الصناعية بالمليون برميل في اليوم ومتوسط السعر العالمي بالدولار للبرميل من عام ١٩٨٠ إلى ١٩٨٩ م.

السنوات	متوسط السعر العالمي للتفط	الكمية المنتجة		الكمية المستهلكة من الدول الصناعية
		من الأوبك	من الدول خارج الأوبك	
١٩٨٠	٣١	٢٧,٦	٢٢,٨	٢٨,٧
١٩٨١	٣٤	٢٣,٥	٢٣,٥	٣٦,٥
١٩٨٢	٣١	١٩,٨	٢٥,١	٣٤,٦
١٩٨٣	٢٧	١٨,٥	٢٦,١	٣٣,٩
١٩٨٤	٢٦	١٨,٥	٢٧,٥	٣٤,٤
١٩٨٥	٢٦	١٧,٢	٢٨,٢	٣٤,٠
١٩٨٦	١٣	١٩,٦	٢٧,٠	٣٤,٩
١٩٨٧	١٧	١٨,٦	٢٩,٠	٣٥,٠
١٩٨٨	١٣	١٩,٧	٣٠,٠	٣٦,٠
١٩٨٩	١٧	٢٠,٥	٢٩,٤	٣٦,٧

* المصدر: مجلة الشركة العربية السعودية للتسويق والتكرير (سبارك) العدد ١٩، السنة الثالثة، أبريل ١٩٩٢، ص ٤٠ - ٤١ (السعر طبقاً لأسعار خام برنت - بريطانيا) [٣].

وتعبر الصيغة السابقة عن العلاقة بين المتغيرات محل الدراسة وتمثلها تمثيلاً جيداً حيث نجد أن $R^2 = 0.727$ مما يدل على أن حوالي ٧٣٪ من التغيرات في السعر العالمي للنفط

خلال الفترة محل الدراسة ترجع إلى التغيرات في الكميات المنتجة من الأوبك ومن الدول خارج الأوبك والكميات المستهلكة من الدول الصناعية، كذلك نجد أن قيم الإحصاء t لكل من معامل $(Q_O + Q_N)$ ومعامل Q_C والموجودة بين قوسين تحت كل معامل معنوية من الناحية الإحصائية بدرجة ثقة ٩٩٪، وتدل الإشارة السالبة لمعامل $(Q_O = Q_N)$ على العلاقة العكسية بين الكمية المنتجة من الأوبك ومن الدول المنتجة خارج الأوبك والسعر، ومن ناحية أخرى تدل الإشارة الموجبة لمعامل Q_C على العلاقة الطردية بين الكمية المستهلكة من الدول الصناعية والسعر.

سنفترض على سبيل المثال أن استراتيجيات الأوبك هي إنتاج ١٩ أو ٢٠ أو ٢١ وأن استراتيجيات الدول خارج الأوبك هي إنتاج ٢٨ أو ٢٩ أو ٣٠ وأن استراتيجيات الدول الصناعية هي استهلاك ٣٥ أو ٣٦ أو ٣٧ مليون برميل يوميًا، وبالتعويض عن هذه الاستراتيجيات في الصيغة (١) نحصل على السعر المتوقع الناتج من تقابل الكميات المنتجة من الأوبك ومن الدول خارج الأوبك مع الكميات المستهلكة من الدول الصناعية كما في جدول (٢)، ويلاحظ أن السعر المتوقع الناتج طبقًا لهذا الفرض يتراوح بين ٢٧,٢ و ٢٥,٣٦ دولار/برميل.

٣ - تكوين مصفوفات العوائد

من جدول (٢) نكون مصفوفات السعر ومصفوفات العوائد إذا اتخذ كل طرف قراره بطريقة مستقلة، وإذا تعاون مع أي من الطرفين الآخرين وإذا تعاونت الأطراف الثلاثة معًا، ويلاحظ أن عناصر مصفوفات السعر تمثل السعر المتوقع بالدولار للبرميل وأن عناصر مصفوفات العوائد تمثل العائد المتوقع بالمليون دولار يوميًا، وذلك نتيجة تقابل استراتيجيات الأطراف محل الدراسة، كما يلاحظ أن رُتب المصفوفات الناتجة تحدد طبقًا لعدد استراتيجيات الأطراف في كل مصفوفة طبقًا للكميات المنتجة والمستهلكة التي فرضناها على سبيل المثال، فإذا اتخذ الأوبك قراره بطريقة مستقلة أمام الدول المنتجة الأخرى والدول الصناعية فإن مصفوفة السعر تكون كما في شكل (١). ويلاحظ أن استراتيجيات الدول المنتجة خارج الأوبك والدول الصناعية في شكلي (١، ٢) هي متجه مركب Compound يمثل التكوينات الممكنة من تصرفات الطرفين وعددها تسع استراتيجيات حيث تمثل

جدول رقم (٢). السعر المتوقع المقابل للكميات المنتجة من الأوبك ومن الدول خارج الأوبك والكميات المستهلكة من الدول الصناعية.

الكميات المنتجة من الأوبك ومن الدول خارج الأوبك $Q_O + Q_N$	الكميات المستهلكة من الدول الصناعية Q_C	السعر المتوقع $P(Q_O, Q_N, Q_C)$
٤٧	٣٥	٢٢,٠٧
٤٨	٣٥	١٧,١٢
٤٩	٣٥	١٢,١٧
٥٠	٣٥	٧,٢٢
٥١	٣٥	٢,٢٧
٤٧	٣٦	٢٩,١٦
٤٨	٣٦	٢٤,٢١
٤٩	٣٦	١٩,٢٦
٥٠	٣٦	١٤,٣١
٥١	٣٦	٩,٣٦
٤٧	٣٧	٣٦,٢٥
٤٨	٣٧	٣١,٣
٤٩	٣٧	٢٦,٣٥
٥٠	٣٧	٢١,٤
٥١	٣٧	١٦,٤٥

الاستراتيجية الأولى إنتاج ٢٨ من الدول المنتجة خارج الأوبك واستهلاك ٣٥ من الدول الصناعية ومن ناحية أخرى تمثل استراتيجيات الأوبك البدائل القرارية - decision alternatives للأوبك وهي إنتاج ١٩ أو ٢٠ أو ٢١ مليون برميل يوميًا.

استراتيجيات الدول المنتجة خارج الأوبك والدول الصناعية.

Q_N	28	29	30	28	29	30	28	29	30
Q_C	35	35	35	36	36	36	37	37	37

استراتيجيات الأوبك Q_O

19	22.07	17.12	12.17	29.16	24.21	19.26	36.25	31.3	26.35
20	17.12	12.12	7.22	24.21	19.26	14.31	31.3	26.35	21.4
21	12.17	7.22	2.27	19.21	14.31	9.36	26.35	21.4	16.45

شكل رقم (١). مصفوفة السعر للأوبك.

ومن مصفوفة السعر نكون مصفوفة العائد للأوبك كما في شكل (٢) بناء على دالة العائد الآتية:

$$(٢) \quad M_O(Q_O, Q_N, Q_C) = Q_O P(Q_O, Q_N, Q_C) \\ = Q_O [6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C]$$

Q_N	28	29	30	28	29	30	28	29	30
Q_C	35	35	35	36	36	36	37	37	37

19	419.33	325.28	231.23	554.04	459.99	365.94	688.75	594.7	599.65
20	342.4	243.4	144.4	484.2	385.2	286.2	626	527	428
21	255.57	155.62	47.67	403.41	300.51	196.65	553.35	449.4	345.45

شكل رقم (٢). مصفوفة العائد للأوبك.

ويمثل كل عنصر في المصفوفة السابقة عائد الأوبك الناتج من تقابل استراتيجية معينة له أمام استراتيجية معينة للتعاون المكون من الدول المنتجة خارج الأوبك والدول الصناعية.

وبالمثل نكون مصفوفة السعر للدول المنتجة خارج الأوبك عندما تتخذ قرارها بطريقة مستقلة أمام الأوبك والدول الصناعية كما في شكل (٣).

استراتيجيات الأوبك والدول الصناعية:

Q_O	19	20	21	19	20	21	19	20	21
Q_C	35	35	35	36	36	36	37	37	37

استراتيجيات الأوبك	28	22.07	17.12	12.17	29.16	24.21	19.26	36.25	31.3	26.35
حارج الأوبك Q_N	29	17.12	12.12	7.22	24.21	19.26	14.31	31.3	26.35	21.4
	30	12.17	7.22	2.27	19.21	14.31	9.36	26.35	21.4	16.45

شكل رقم (٣) . مصفوفة السعر للدول خارج الأوبك .

ومن مصفوفة السعر نكوّن مصفوفة العائد للدول المنتجة خارج الأوبك كما في شكل (٤) بناء على دالة العائد الآتية :

$$(٣) \quad M_N(Q_O, Q_N, Q_C) = (Q_O, Q_N, Q_C)$$

$$= Q_N [6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C]$$

Q_N	19	20	21	19	20	21	19	20	21
Q_C	35	35	35	36	36	36	37	37	37

Q_N	28	617.96	479.36	340.76	816.48	677.88	539.28	10150	876.4	837.8
	29	496.48	352.93	209.38	702.09	558.54	414.99	907.7	764.15	620.6
	30	365.1	216.6	68.1	577.8	429.3	280.8	790.5	642	493.5

شكل رقم (٤) . مصفوفة العائد للدول خارج الأوبك .

كذلك نكوّن مصفوفة السعر للدول الصناعية عندما تتخذ قرارها بطريقة مستقلة أمام تعاون الأوبك والدول المنتجة خارج الأوبك كما في شكل (٥) .

استراتيجيات الأوبك والدول المنتجة خارج الأوبك .

$Q_O + Q_N$	47	48	49	50	51	
	35	22.07	17.12	12.17	7.22	2.27
استراتيجيات الدول الصناعية Q_C	36	29.16	24.21	19.26	14.31	9.36
	37	36.25	31.3	26.35	21.4	16.45

شكل رقم (٥) . مصفوفة السعر للدول الصناعية .

ومن مصفوفة السعر نكوّن دالة العائد للدول الصناعية كما في شكل (٦) بناء على دالة العائد الآتية :

$$(٤) \quad MC(Q_O, Q_N, Q_C) = -Q_C P(Q_O, Q_N, Q_C) \\ = -Q_C [6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C]$$

$Q_O + Q_N$	47	48	49	50	51	
Q_C	35	- 772.45	- 599.2	- 425.95	- 252.7	- 79.45
	36	- 1049.76	- 871.56	- 693.36	- 515.16	- 336.96
	37	- 1341.25	- 1158.1	- 974.95	- 791.8	- 608.65

شكل رقم (٦). مصفوفة العائد للدول الصناعية.^(١)

ونكون أيضا مصفوفة السعر عندما تتعاون الأوبك مع الدول المنتجة خارج الأوبك أمام الدول الصناعية كما في شكل (٧).

استراتيجيات الدول الصناعية :

Q_C	35	36	37
47	22.07	29.16	36.25
48	17.12	24.21	31.3
49	12.17	19.26	26.35
50	7.22	14.31	21.4
51	2.27	9.36	16.45

شكل رقم (٧). مصفوفة السعر للأوبك والدول المنتجة الأخرى.

(٢) حيث إن جميع عناصر هذه المصفوفة سالبة فإننا يمكن أن نضربها في ١- ونطلق عليها مصفوفة المدفوعات للدول الصناعية.

ومن مصفوفة السعر نكوّن مصفوفة العائد للأوبك والدول المنتجة الأخرى كما في شكل (٨) بناءً على دالة العائد الآتية :

$$(٥) \quad M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C) = (Q_O + Q_N) P(Q_O, Q_N, Q_C) \\ = (Q_O + Q_N) [6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C]$$

	Q_C	35	36	37
$Q_O + Q_N$	47	1037.29	1391.2	1703.75
	48	821.76	1162.08	1502.4
	49	596.33	943.74	1291.15
	50	361.	715.5	1070.
	51	115.77	477.36	838.95

شكل رقم (٨). مصفوفة العائد للأوبك والدول المنتجة الأخرى.

وبالمثل نكوّن مصفوفة السعر عندما يتعاون الأوبك مع الدول الصناعية أمام الدول المنتجة الأخرى كما في شكل (٩).

استراتيجيات الدول المنتجة خارج الأوبك :

	Q_N	28	29	30	
استراتيجيات الأوبك والدول الصناعية.	Q_O	Q_C			
	19	35	22.07	17.12	12.17
	20	35	17.12	12.17	7.22
	21	35	12.17	7.22	2.77
	19	36	29.16	24.21	19.26
	20	36	24.21	19.26	14.31
	21	36	19.26	14.31	9.36
	19	37	36.25	31.3	26.35
	20	37	31.3	26.35	21.4
	21	37	26.35	21.4	16.45

شكل رقم (٩). مصفوفة السعر للأوبك والدول الصناعية.

ومن مصفوفة السعر نكوّن مصفوفة العائد للأوبك والدول الصناعية كما في شكل (١٠) بناءً على دالة العائد الآتية:

$$(٦) \quad M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C) = (Q_O - Q_C) P(Q_O, Q_N, Q_C)$$

$$= (Q_O - Q_C) [6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C]$$

Q_O	Q_C	28	29	30
19	35	-352.12	-273.92	-194.72
20	35	-256.8	-182.55	-108.3
21	35	-170.38	-101.08	-31.78
19	36	-495.72	-411.57	-327.42
20	36	-387.36	-308.16	-228.96
21	36	-288.9	-214.65	-140.4
19	37	-652.5	-563.4	-474.3
20	37	-532.1	-447.95	-363.8
21	37	-421.6	-342.4	-263.2

شكل رقم (١٠). مصفوفة العائد للأوبك والدول الصناعية.

وبالمثل نكون مصفوفة السعر عندما تتعاون الدول المنتجة خارج الأوبك مع الدول الصناعية أمام الأوبك كما في شكل (١١).

استراتيجيات الأوبك:

	Q_N	Q_C	19	20	21
	28	35	22.07	17.12	12.17
	29	35	17.12	12.17	7.22
	30	35	12.17	7.22	2.77
استراتيجيات الدول المنتجة	28	36	29.16	24.21	19.26
خارج الأوبك والدول الصناعية	29	36	24.21	19.26	14.31
	30	36	19.26	14.31	9.36
	28	37	36.25	31.3	26.35
	29	37	31.3	26.35	21.4
	30	37	26.35	21.4	16.45

شكل رقم (١١). مصفوفة السعر للدول المنتجة خارج الأوبك والدول الصناعية.

ومن مصفوفة السعر نكوّن مصفوفة العائد للدول المنتجة خارج الأوبك والدول الصناعية كما في شكل (١٢) بناءً على دالة العائد الآتية:

$$(V) \quad M_{NC}(Q_O, Q_N, Q_C) = (Q_N - Q_C) P(Q_O, Q_N, Q_C) \\ = (Q_N - Q_C) [6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C]$$

	Q_O	19	20	21
Q_N	Q_C			
28	35	-375.19	-291.04	-206.89
29	35	-273.92	-194.72	-115.52
30	35	-182.55	-108.3	-34.05
28	36	-524.88	-435.78	-346.68
29	36	-411.57	-327.42	-243.27
30	36	-308.16	-288.96	-149.76
28	37	-688.75	-594.7	-500.65
29	37	-563.4	-474.3	-385.2
30	37	-447.95	-363.8	-279.65

شكل رقم (١٢). مصفوفة العائد للدول المنتجة خارج الأوبك والدول الصناعية.

وأخيراً نكوّن مصفوفة العائد الناتجة من تعاون الأطراف الثلاثة كما في شكل (١٣) وذلك بناءً على مصفوفة السعر للأوبك والدول المنتجة الأخرى أمام الدول الصناعية (شكل ٧) ودالة العائد الآتية:

$$(A) \quad M_{ONC}(Q_O, Q_N, Q_C) = (Q_O + Q_N - Q_C) P(Q_O, Q_N, Q_C) \\ = (Q_O + Q_N - Q_C) [6.57 - 4.95(Q_O + Q_N) + 7.09 Q_C]$$

استراتيجيات الدول الصناعية :

	Q_C	35	36	37
$(Q_O + Q_N)$	47	264.84	320.76	362.5
	48	222.56	290.52	344.3
استراتيجيات الأوبك والدول المنتجة الأخرى	49	170.38	250.38	316.2
	50	108.3	200.34	278.2
	51	36.32	140.4	230.3

شكل رقم (١٣). مصفوفة العائد في حالة تعاون الأطراف الثلاثة.

٤ - إيجاد الاستراتيجيات المثلى بناء على مصفوفات العوائد

سنوجد الآن الكميات المثلى التي ينتجها الأوبك والدول المنتجة خارج الأوبك والتي تستهلكها الدول الصناعية بناءً على مصفوفات العوائد التي تم تكوينها في الجزء السابق وذلك طبقاً لمعيار أصغر القيم العظمى^(٣)، فإذا اتخذ الأوبك قراره بطريقة مستقلة نجد من شكل (٢) أن:

$$\begin{aligned} & \max \min_{Q_O, Q_N, Q_C} M_O(Q_O, Q_N, Q_C) \\ & = \min_{Q_N, Q_C} \max_{Q_O} M_O(Q_O, Q_N, Q_C) \end{aligned}$$

$$(٩) \quad = M_O(19, 30, 35) = 231.23 = M_O^*$$

حيث إن القيمة المثلى تكون في هذه الحالة أصغر الصف وأكبر العمود في الوقت نفسه، وهي تمثل نقطة ركاب a saddle point ، والاستراتيجيات المثلى لكل طرف هي التي تقابل هذه القيمة وهي استراتيجيات بسيطة pure strategies ، والسعر المقابل لذلك هو:

$$(١٠) \quad P(19, 30, 35) = 12.17$$

(٣) انظر المراجع [٤]، [٥].

وبالمثل نحصل على الكميات المثلى للأطراف الثلاثة والسعر والعائد المتوقع في كل حالة ممكنة وذلك بناءً على الأشكال من (٤) إلى (١٣). ونلخص النتائج في جدول (٣).

٥ - إيجاد الاستراتيجيات المثلى بناءً على دوال العوائد

سنوجد فيما يلي استراتيجيات أصغر القيم العظمى والعوائد المتوقعة من دوال العوائد مباشرة بدون الاعتماد على مصفوفات السعر ومصفوفات العوائد، فإذا اتخذ الأوبك قراره بطريقة مستقلة نحصل من (٢) على:

$$(11) \quad \min_{Q_N, Q_C} M_O(Q_O, Q_N, Q_C) = M_O(Q_O, Q_N^+, Q_C^-) \\ = 116.12 Q_O - 4.95 Q_O^2$$

حيث تشير + إلى أكبر قيمة ممكنة وتشير - إلى أصغر قيمة ممكنة للكمية Q.

$$\max_{Q_O, Q_N, Q_C} \min M_O(Q_O, Q_N, Q_C) = \max_{Q_O} M_O(Q_O, Q_N^+, Q_C^-)$$

$$(12) \quad \geq \min_{Q_N, Q_C, Q_O} \max M_O(Q_O, Q_N, Q_C)$$

ولكن: (٤)

$$(13) \quad \max_{Q_O, Q_N, Q_C} \min M_O(Q_O, Q_N, Q_C) \leq \min_{Q_N, Q_C, Q_O} \max M_O(Q_O, Q_N, Q_C)$$

ومن (١٢) و (١٣) نستنتج أن:

$$(14) \quad \max_{Q_O, Q_N, Q_C} \min M_O(Q_O, Q_N, Q_C) = \min_{Q_N, Q_C, Q_O} \max M_O(Q_O, Q_N, Q_C)$$

$$= \max_{Q_O} M_O(Q_O, Q_N^+, Q_C^-)$$

ولإيجاد Q_O التي تحقق العلاقة السابقة نجد أن:

$$\frac{\partial M_O(Q_O, Q_N^+, Q_C^-)}{\partial Q_O} = (116.12 - 9.9 Q_O) < 0$$

$$Q_O \in [19, 20, 21]$$

حيث تشير \in إلى رمز الانتماء.

إذاً الدالة $M_O(Q_O, Q_N^+, Q_C^-)$ تناقصية فعلاً في Q_O وتحقق قيمتها العظمى عند أقل قيمة لـ Q_O وهي ١٩.

وبالتعويض في (٢) نجد أن العائد المتوقع للأوبك هو:

$$M_O^* = M_O(Q_O^-, Q_N^+, Q_C^-) = M_O(19, 30, 35) + 231.23$$

وبإحلال Q_N محل Q_O في الصيغ السابقة نظراً لتماثل موقفى الأوبك والدول المنتجة الأخرى نحصل على العائد المتوقع للدول المنتجة الأخرى كالتالي:

$$M_N^* = M_N(Q_O^+, Q_N^-, Q_C^-) = M_N(21, 28, 35) = 340.76$$

وإذا اتخذت الدول الصناعية قرارها بطريقة مستقلة نحصل من (٤) على:

$$(١٥) \quad \min_{Q_O, Q_N} M_C(Q_O, Q_N, Q_C) = M_C(Q_O^-, Q_N^-, Q_C) = 226.08 Q_C - 7.09 Q_C^2$$

$$\therefore \max_{Q_C} \min_{Q_O, Q_N} M_C(Q_O, Q_N, Q_C) = \max_{Q_C} M_C(Q_O^-, Q_N^-, Q_C)$$

$$(١٦) \quad \geq \min_{Q_O, Q_N, Q_C} \max M_C(Q_O, Q_N, Q_C)$$

ولكن:

$$(١٧) \quad \max_{Q_C} \min_{Q_O, Q_N} M_C(Q_O, Q_N, Q_C) \leq \min_{Q_O, Q_N, Q_C} \max M_C(Q_O, Q_N, Q_C)$$

ومن (١٦) و (١٧) نحصل على :

$$(١٨) \quad \max_{Q_C} \min_{Q_O, Q_N} M_C(Q_O, Q_N, Q_C) = \min_{Q_O, Q_N} \max_{Q_C} M_C(Q_O, Q_N, Q_C)$$

$$= \max_{Q_C} M_C(Q_O^-, Q_N^-, Q_C)$$

ولإيجاد Q_C التي تحقق العلاقة السابقة نجد أن :

$$\frac{\partial M_C(Q_O^-, Q_N^-, Q_C)}{\partial Q_C} = 226.08 - 14.18 Q_C < 0$$

$$Q_C \in [35, 36, 37]$$

إذا الدالة $M_C(Q_O, Q_N, Q_C)$ تناقصية فعلاً وتحقق قيمتها العظمى عند أقل قيمة لـ Q_C وهي ٣٥، وبالتعويض في (٤) نجد أن العائد المتوقع للدول الصناعية هو:

$$M_C^* = M_C(Q_O^-, Q_N^-, Q_C)$$

$$= M_C(19, 28, 35) = -772.45$$

وكذلك إذا تعاون الأوبك مع الدول المنتجة الأخرى نحصل من (٥) على :

$$(١٩) \quad \min_{Q_C} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C) = M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C^-) = 254.72 Q_{ON} - 4.95 Q_{ON}^2$$

حيث $Q_{ON} = Q_O + Q_N$

$$\therefore \max_{Q_{ON}} \min_{Q_C} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C) = \max_{Q_{ON}} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C^-)$$

$$(٢٠) \quad \geq \min_{Q_C} \max_{Q_{ON}} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C)$$

ولكن :

$$(٢١) \quad \max_{Q_{ON}} \min_{Q_C} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C) \leq \min_{Q_C} \max_{Q_{ON}} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C)$$

نستنتج من (٢٠) و (٢١) أن :

$$\begin{aligned} \max_{Q_{ON}} \min_{Q_C} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C) &= \min_{Q_C} \max_{Q_{ON}} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C) \\ &= \max_{Q_{ON}} M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C^-) \end{aligned} \quad (٢٢)$$

ولإيجاد Q_{ON} التي تحقق العلاقة السابقة نجد أن :

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C^-)}{\partial Q_{ON}} &= (254.72 - 9.9 Q_{ON}) < 0 \\ Q_{ON} &\in [47, 48, 49, 50, 51] \end{aligned}$$

إذا الدالة M_{ON} تناقصية فعلاً في Q_{ON} وتحقق قيمتها العظمى عند أقل قيمة لـ Q_{ON} أي عند ٤٧ . وبالتعويض في (٥) نجد أن العائد المتوقع لتعاون الأوبك مع الدول المنتجة الأخرى هو :

$$\begin{aligned} M_{ON}^* &= M_{ON}(Q_O^-, Q_N^-, Q_C^-) \\ &= M_{ON}(19, 28, 35) = 1037.29 \end{aligned}$$

وإذا تعاون الأوبك مع الدول الصناعية نحصل من (٦) على :

$$\begin{aligned} \min_{Q_N} M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C) &= \min_{Q_N} [6.57 Q_O - 4.95 Q_O^2] \\ &+ 4.95 Q_N [(Q_C - Q_O) + 12.04 Q_O Q_C - 6.57 Q_C - 7.09 Q_C^2] \\ &= M_{OC}(Q_O, Q_N^-, Q_C) \end{aligned} \quad (٢٣)$$

لأن $Q_C > Q_O$

$$\therefore \max_{Q_O, Q_C} \min_{Q_N} M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C) = \max_{Q_O, Q_C} M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C) \quad (٢٤)$$

$$\cong \min_{Q_N} \max_{Q_O, Q_C} M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C)$$

ولكن:

$$(٢٥) \quad \max_{Q_O, Q_C, Q_N} \min M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C) \leq \min_{Q_N, Q_O, Q_C} \max M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C)$$

ومن (٢٤) و (٢٥) نستنتج أن:

$$(٢٦) \quad \begin{aligned} \therefore \max_{Q_O, Q_C, Q_N} \min M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C) &= \min_{Q_N, Q_O, Q_C} \max M_{OC}(Q_O, Q_N, Q_C) \\ &= \max_{Q_O, Q_C} M_{OC}(Q_O, Q_N^-, Q_C) \end{aligned}$$

ولإيجاد Q_O التي تحقق العلاقة السابقة نجد أن:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{OC}(Q_O, Q_N^-, Q_C)}{\partial Q_O} &= 132.03 - 9.9 Q_O + 12.04 Q_C > 0 \\ Q_C &\in [19, 20, 21] \\ Q_O &\in [35, 36, 37] \end{aligned}$$

إذا الدالة M_{OC} تزايدية فعلاً في Q_O وتحقق قيمتها العظمى عند أكبر قيمة لـ Q_O وهي ٢١ ولإيجاد Q_C التي تحقق العلاقة (٤٠) نجد أن:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{OC}(Q_O, Q_N^-, Q_C)}{\partial Q_C} &= 132.03 - 14.18 Q_C + 12.04 Q_O < 0 \\ Q_C &\in [35, 36, 37] \\ Q_O &\in [19, 20, 21] \end{aligned}$$

إذا الدالة M_{OC} تناقصية فعلاً في Q_C وتحقق قيمتها العظمى عند أقل قيمة لـ Q_C

وهي ٣٥ وبالتعويض في (٦) نجد أن العائد المتوقع لتعاون الأوبك مع الدول الصناعية هو:

$$\begin{aligned} M_{OC}^* &= M_{OC}(Q_O^+, Q_N^-, Q_C^-) \\ &= M_{OC}(21, 28, 35) = -170.38 \end{aligned}$$

ونظراً لتماثل موقعي الأوبك والدول المنتجة خارج الأوبك نحل Q_N محل Q_O في الصيغ السابقة ونحصل على العائد المتوقع لتعاون الدول المنتجة خارج الأوبك مع الدول الصناعية كالتالي:

$$\begin{aligned} M_{NC}^* &= M_{NC}(Q_O^-, Q_N^+, Q_C^-) \\ &= M_{NC}(19, 30, 35) = -182.55 \end{aligned}$$

وإذا تعاونت الأطراف الثلاثة معا فإننا نجد من (A) أن:

$$\frac{\partial M_{ONC}(Q_O, Q_N, Q_C)}{\partial Q_C} = -6.57 + 14.18 Q_C + 2.14 Q_{ON} > 0$$

حيث:

$$Q_C \in [35, 36, 37], Q_{ON} \in [47, 48, 50, 51]$$

إذاً الدالة $M_{ONC}(Q_O, Q_N, Q_C)$ تزايدية فعلاً بالنسبة إلى Q_C وتحقق قيمتها الصغرى عند أقل قيمة لـ Q_C وهي ٣٥.

كذلك نجد أن:

$$\frac{\partial M_{ONC}(Q_O, Q_N, Q_C)}{\partial Q_{ON}} = 6.57 + 2.14 Q_C - 9.9 Q_{ON} < 0$$

حيث:

$$\begin{aligned} Q_C &\in [35, 36, 37] \\ Q_{ON} &\in [47, 48, 49, 50, 51] \end{aligned}$$

إذاً الدالة $M_{ON}(Q_O, Q_N, Q_C)$ تناقصية فعلاً بالنسبة إلى Q_{ON} وتحقق قيمتها العظمى عند أقل قيمة لـ Q_{ON} وهي ٤٧.

وبالتعويض في (A) نجد أن العائد المتوقع لتعاون الأطراف الثلاثة هو كالتالي:

$$\begin{aligned} M_{ONC}^* &= (Q_O^-, Q_N^-, Q_C^-) \\ &= M_{ONC}(19, 28, 35) = 264.84 \end{aligned}$$

ويلاحظ أن النتائج التي حصلنا عليها بناءً على مصفوفات العوائد تتفق مع النتائج السابقة التي حصلنا عليها من دوال العوائد مباشرة.

وستلخص في جدول (٣) هذه النتائج.
جدول رقم (٣). الكميات المثلى للأطراف الثلاثة والسعر المتوقع في كل حالة ممكنة.

الحالة	الكميات المثلى للأطراف			السعر المتوقع	العائد المتوقع
	O	N	C		
O يتخذ قراره مستقلاً	١٩	٣٠	٣٥	١٢, ١٧	٢٣١, ٢٣
N يتخذ قراره مستقلاً	٢١	٢٨	٣٥	١٢, ١٧	٣٤٠, ٧٦
O يتخذ قراره مستقلاً	١٩	٢٨	٣٥	٢٢, ٠٧	٧٧٢, ٤٥-
تعاون O و N	١٩	٢٨	٣٥	٢٢, ٠٧	١٠٣٧, ٢٩
تعاون O و C	٢١	٢٨	٣٥	١٢, ١٧	١٧٠, ٣٨-
تعاون N و C	١٩	٣٠	٣٥	١٢, ١٧	١٨٢, ٥٥-
تعاون O و N و C	١٩	٢٨	٣٥	٢٢, ٠٧	٢٦٤, ٨٤

٦ - النصيب المتوقع لكل طرف في الهياكل التعاونية

لعل السؤال المهم الذي يثور في الموقف محل الدراسة هو: هل من الأفضل أن يتخذ كل طرف قراره بطريقة مستقلة أو أن يتعاون مع أي من الطرفين الآخرين أو أن يتعاون الأطراف الثلاثة معاً؟ وللإجابة عن هذا السؤال^(٥) نقارن أولاً بين العائد المتوقع لكل طرفين أو للأطراف الثلاثة في حالة التعاون ومجموع العائد المتوقع لها عندما يتصرف كل طرف بطريقة مستقلة فنجد أن:

$$M_{ON}^* > M_O^* + M_N^* \quad , \quad M_{OC}^* > M_O^* + M_C^*$$

$$M_{NC}^* > M_N^* + M_C^* \quad , \quad M_{ONC}^* > M_O^* + M_N^* + M_C^*$$

(٥) انظر المراجع [٧]، [٨]، [٩]، [١٠].

أي أن العائد المتوقع لتعاون طرفين أو لتعاون الأطراف الثلاثة معاً أكبر من مجموع العائد المتوقع عندما يتصرف كل طرف بطريقة مستقلة ويدل ذلك على أن هناك مجالاً للتعاون في الموقف محل الدراسة ولكن ماهو التعاون المتوقع أن يحدث؟

ليبيان ذلك سنوجد النصيب Imputation المتوقع لكل طرف داخل كل هيكل تعاوني طبقاً لمفهوم قيمة شابلي Shapley Value ، ويلاحظ أن لدينا في هذا الموقف خمسة هياكل تعاونية ممكنة وهي (ON,C) و (OC,N) و (NC,O) و (ONC) و (O,N,C) حيث يشير الهيكل التعاوني (ON,C) إلى تعاون الأوبك والدول المنتجة الأخرى أمام الدول الصناعية، ويشير الهيكل التعاوني (OC,N) إلى تعاون الأوبك والدول الصناعية أمام الدول المنتجة خارج الأوبك وبالمثل بالنسبة لبقية الهياكل الاتحادية .
سنشير للنصيب المتوقع لكل طرف i بالرمز $E(M_i)$ حيث: ^(١)

$$E(M_i) = \sum_{s: i \in S} \frac{(n-s)! (s-1)!}{n!} [M_s^* - M_{s-i}^*]$$

حيث إن المجموع يكون على جميع التعاونات الممكنة S التي تضم i ،
 n تشير إلى عدد الأطراف في التعاون محل الدراسة .
 s تشير إلى عدد الأطراف في التعاون s .
 M_s^* تشير إلى العائد المتوقع للتعاون S الذي يضم i .
 M_{s-i}^* تشير إلى العائد المتوقع للتعاون S الذي لا يضم i ،

وسنقوم الآن بتطبيق مفهوم قيمة شابلي ليس فقط عند تعاون الأطراف الثلاثة كما هو مألوف ولكن عند تعاون أي طرفين داخل الهياكل التعاونية .

فإذا تعاون الأوبك مع الدول المنتجة الأخرى فإن النصيب المتوقع للأوبك $E(M_O)$ والنصيب المتوقع للدول المنتجة الأخرى $E(M_N)$ هو على الترتيب التالي :

$$E(M_O) = \frac{1}{2} [M_O^* - \emptyset] + \frac{1}{2} [M_{ON}^* - M_N^*]$$

(٦) انظر المراجع [١١] ، [١٢] ، [١٣] .

تطبيق معيار أصغر القيم العظمى لتحديد قرارات ...

$$= \frac{1}{2} (231.23) + \frac{1}{2} (1037.29 - 340.76)$$

$$= 463.88$$

$$E(M_N) = \frac{1}{2} [M_N^* - \emptyset] + \frac{1}{2} [M_{ON}^* - M_O^*]$$

$$= \frac{1}{2} (340.76) + \frac{1}{2} (1037.29 - 231.23)$$

$$= 573.41$$

وبالمثل إذا تعاون الأوبك مع الدول الصناعية نحصل على :

$$E(M_O) = \frac{1}{2} [M_O^* - \emptyset] + \frac{1}{2} [M_{OC}^* - M_C^*] = 416.65$$

$$E(M_C) = \frac{1}{2} [M_C^* - \emptyset] + \frac{1}{2} [M_{OC}^* - M_O^*] = 587.03$$

وإذا تعاونت الدول المنتجة خارج الأوبك مع الدول الصناعية نحصل على :

$$E(M_N) = \frac{1}{2} [M_N^* - \emptyset] + \frac{1}{2} [M_{NC}^* - M_C^*] = 465.33$$

$$E(M_C) = \frac{1}{2} [M_C^* - \emptyset] + \frac{1}{2} [M_{NC}^* - M_N^*] = 647.88$$

وإذا تعاونت الأطراف الثلاثة معاً يكون النصيب المتوقع للأوبك وللدول المنتجة

الأخرى وللدول الصناعية على الترتيب التالي :

$$E(M_O) = \frac{0!2!}{3!} [M_O^* - \emptyset] + \frac{1!1!}{3!} [M_{ON}^* - M_N^*]$$

$$+ \frac{1!1!}{3!} [M_{OC}^* - M_C^*] + \frac{2!0!}{3!} [M_{ONC}^* - M_{NC}^*] = 442.64$$

$$\begin{aligned}
 E(M_N) &= \frac{0!2!}{3!} [M_N^* - \emptyset] + \frac{1!1!}{3!} [M_{ON}^* - M_O^*] \\
 &+ \frac{1!1!}{3!} [M_{NC}^* - M_C^*] + \frac{2!0!}{3!} [M_{ONC}^* - M_{OC}^*] = 491.32 \\
 E(M_C) &= \frac{0!2!}{3!} [M_C^* - \emptyset] + \frac{1!1!}{3!} [M_{OC}^* - M_O^*] \\
 &+ \frac{1!1!}{3!} [M_{NC}^* - M_N^*] + \frac{2!0!}{3!} [M_{ONC}^* - M_{ON}^*] = 669.12
 \end{aligned}$$

ولإمكانية مقارنة النصيب المتوقع لكل طرف في الهياكل التعاونية الممكنة سنضعها في جدول (٤).

جدول رقم (٤). النصيب المتوقع لكل طرف في الهياكل التعاونية.

النصيب المتوقع لكل طرف			الهيكـل التعاوني
O	N	C	
٤٦٣, ٨٨	٥٧٣, ٤١	٧٧٢, ٤٥-	(ON,C)
٤١٦, ٦٥	٣٤٠, ٧٦	٥٨٧, ٠٣-	(OC,N)
٢٣١, ٢٣	٤٦٥, ٣٣	٦٤٧, ٨٨-	(NC,O)
٤٤٢, ٦٤	٤٩١, ٣٢	٦٦٩, ١٢-	(ON,C)
٢٣١, ٢٣	٣٤٠, ٧٦	٧٧٢, ٤٥-	(O,N,C)

ويلاحظ أن النصيب المتوقع لكل طرف في كل هيكل تعاوني أكبر من أو يساوي نصيبه المتوقع إذا اتخذ قراره بطريقة مستقلة، حيث إن:

$$E(M_i) \geq M^*(i)$$

$$i = O, N, C$$

ويُعرف هذا الشرط بشرط الرشادة الفردية Individual rationality فعلى سبيل المثال نجد في الهيكـل التعاوني (ON,C) أن:

$$E(M_O) > M_O^*, E(M_N) > M_N^*, E(M_C) = M_C^*$$

وفي الهيكل التعاوني (ONC) نجد أن :

$$E(M_O) > M_O^*, E(M_N) > M_N^*, E(M_C) > M_C^*$$

ومن ناحية أخرى نجد في كل هيكل تعاوني أن العائد المتوقع لتعاون طرفين أو لتعاون الأطراف الثلاثة يساوي مجموع النصيب المتوقع لهذين الطرفين أو لهذه الأطراف الثلاثة حيث إن :

$$\sum_{i \in S} E(M_i) = M_S^*$$

حيث S تشير إلى الأطراف المتعاونة في الهيكل التعاوني .

ويُعرف هذا الشرط بشرط الرشادة الجماعية Collective rationality^(٧) فعلى سبيل المثال نجد في الهيكل التعاوني (ON,C) أن :

$$E(M_O) + E(M_N) = M_{ON}^* = 1037.29$$

وفي الهيكل التعاوني (ONC) نجد أن :

$$E(M_O) + E(M_N) + E(M_C) = M_{ONC}^* = 264.84$$

٧ - الخلاصة

تناولت هذه المقالة تطبيق معيار أصغر القيم العظمى لتحديد قرارات الأوبك والدول المنتجة للنفط خارج الأوبك والدول الصناعية وذلك في ضوء الكميات المنتجة من الأوبك ومن الدول المنتجة الأخرى والكميات المستهلكة من الدول الصناعية والسعر العالمي للنفط خلال الفترة من عام ١٩٨٠ إلى عام ١٩٨٩ م . وقد قمنا أولاً بتكوين دوال ومصنفات العوائد لكل طرف من الأطراف الثلاثة عندما يتصرف بطريقة مستقلة وعندما يتعاون مع أي من الطرفين الآخرين وعندما تتعاون الأطراف الثلاثة معاً، ومن ذلك تم إيجاد الكميات المثلى والعوائد المتوقعة المقابلة في كل حالة، وبناءً على هذه العوائد المتوقعة تم إيجاد قيمة شاذلي لتقدير نصيب كل طرف في كل موقف من المواقف الآتية :

(٧) انظر المرجع [١٤] وكذلك المرجع [١٥] على سبيل المثال .

- ١ - عندما يتصرف كل طرف بطريقة مستقلة .
- ٢ - عندما يتعاون الأوبك مع الدول المنتجة الأخرى .
- ٣ - عندما يتعاون الأوبك مع الدول الصناعية .
- ٤ - عندما تتعاون الدول المنتجة الأخرى مع الدول الصناعية .
- ٥ - عندما تتعاون الأطراف الثلاثة معاً .

وتبين نتائج التطبيق أنه لا يوجد موقف من المواقف السابقة يمثل الموقف الأفضل للأطراف الثلاثة معاً أي يحصل فيه كل طرف على نصيب أكبر من نصيبه في المواقف الأخرى وأنه إذا تعاون الأوبك مع الدول المنتجة الأخرى فإن كلا منها سيحصل على أكبر نصيب ممكن بالنسبة لباقي الحالات .

نستنتج من ذلك أن التعاون المتوقع أن يحدث سيكون بين الأوبك والدول المنتجة الأخرى لأن كلا منهما سيجد أن من مصلحته أن يتعاون مع الآخر، وهذه النتيجة منطقية وأقرب للواقع وتؤدي إلى استقرار السعر عند مستوى معقول وهو ٢٢,٠٧ دولار للبرميل .

ونلاحظ أنه إذا تعاونت الأطراف الثلاثة معاً فإن السعر المتوقع سيبقى عند المستوى نفسه ولكن النصيب المتوقع سينخفض للأوبك بمقدار ٣٣,١٠٣ مليون دولار يومياً . ويمكن أن تحدث هذه الحالة إذا عوضت الدول الصناعية كلا من الأوبك والدول المنتجة الأخرى بمقدار الانخفاض في العائد الذي يحدث نتيجة عدم تعاونها معاً .

المراجع

- [١] Lucas, W.F. "An Overview of the Mathematical Theory of Games." *Mgmt. Sci.*, 18,1972, 3-19.
- [٢] Thomas, L.C. "Games and Applications." New York: John Wiley & Sons, 1984.
- [٣] مجلة الشركة العربية السعودية للتسويق والتكرير (سبارك) العدد ١٩، السنة الثالثة، أبريل ١٩٩٢ م.
- [٤] Luce, R.D. and Raiffa, H. "Games and Decisions." New York: Wiley, 1957.
- [٥] Owen, G. "Game Theory." Ed. 2. New York: Academic Press, 1982.
- [٦] Jones, A.J. "Game Theory: Mathematical Models of Conflict." New York: John Wiley, 1980.
- [٧] Aumann, R.J. and Dreze, J.H. "Cooperative Games with Coalitions Structures." *International Journal of Game Theory*, 1974, 217-237.

- Hart, B.S. and Kurz, M. "Endogenous Formation of Coalitions." *Econometrica*, 51, 1983, [٨]
1047, 1064,
- Kohlberg, E. and Mertens, J.F. "On the Strategic Stability of Equilibria." *Econometrica*, 49, 1981, [٩]
1003-1038.
- Shenoy, P.P. "On Coalition Formation: A Game Theoretic Approach." *International of Game Theory*, 8, 1979, 133-164. [١٠]
- Roth, A.E., "The Shapley Value as a Von Neumann Morgenstern Utility," *Econometrica*, 48, 1980, [١١]
467-477.
- Shapley, L.S. "The Value of an n-person Game," *Ann. Math. Stud.*, 28, 1953, 307-317. [١٢]
- Shapley, L.S. "Cores of Convex Games," *Int. J. Game Theory*, 1, 1971, 11-26. [١٣]
- Mossin, J. "Merger Agreements: Some Game Theoretic Considerations," *J. Business*, 41, 1986, [١٤]
460-471.
- Selton, R. "A Simpl Model of Strategic Rationality." Kluwer: Academic Publishers, 1988. [١٥]

The Application of The Minimax Criterion to Determine The Decisions of Producing and Industrial Countries in The International Oil Market

Ibrahim A. Makhlouf and Ahmed D. Abid

Associate Professors, Dept. of Quantitative Methods,

King Saud University, Riyadh, Saudi Arabia

(Received on 30-6-1414, and accepted for publication on 26-7-1415 A.H.)

Abstract. In this paper, we apply the minimax criterion to determine the decisions of OPEC, and Non-OPEC and the industrial countries in light of quantities produced and consumed as well as the price of oil during the period 1980-1989. First we construct the payoff functions and the payoff matrices for each participant when it takes its decision independently and when it cooperates with either of the other two and when they form one cooperation. Then we find the optimal quantities produced by OPEC and Non-Opec and consumed by industrial countries and the corresponding expected values in each case. We use these expected payoffs to estimate the participants' share in each cooperation by finding its Shapley value, the results of the application do shed some light on the relation between the three participants in the international oil market.