مجلة جامعة الملك سعود، م ٤، العلوم الإدارية (١)، ص ص ٢٠١ ـ ٢١٥، (١٤١٢هـ/ ١٩٩٢م).

المـوارد الناضبـة ومسألة انحراف معدل الإنتاج

محمد سعد الجاسم

أستاذ مساعد، قسم الاقتصاد، كلية العلوم الإدارية، الرياض، المملكة العربية السعودية

(قدم للنشر في ١١/١١/١٤١١هـ وقبل للنشر في ٢٥/١/١٤١٢هـ)

ملخص البحث. تنـاقش هذه المقالة مسألة المقارنة بين معدلين لإنتاج مورد ناضب، ومن ثم تُثبت، وبشكل عام، بأن معدل الانحراف، أي الفرق بين معدل الإنتاج الاجتماعي وأي معدل إنتاجي بديل، سيساوي صفرًا كل الوقت إذا كان، وفقط إذا كان، معدل تغيره الزمني يساوي صفرًا كل الوقت. ولكن إذا كان معـدل التغير الزمني في معدل الانحراف لا يساوي الصفر كل الوقت، فلابد أن يكون معدل الانحراف متناقصًا أو متزايدًا وسيساوي الصفر عند تاريخ واحد على الأقل. لذا، فإن مسألة الحفاظ على المـورد تتـوقف على الشكل الرياضي المحدد لدالتي الطلب وتكاليف الإنتاج، مثلاً، وليس على النظام الإنتاجي السائد.

مقدمـــــة

تحتـل اقتصاديات الموارد الناضبة منذ عام ١٩٧٤م حيزًا كبيرًا في معظم المجلات العلمية العالمية ورغم أن موضوع الموارد الناضبة لم يكن جديدًا في تاريخ علم الاقتصاد، فقـد عالجـه قري Gray عام ١٩١٤م بمقـدرة تثـير الدهشة، مع أنه لم يعتمد في تحليله للمـوضـوع إلا على اللغة الأبجدية مصحوبة بأمثلة رقمية [١]، إلا أن المعالجة الحديثة للموضوع لم تبدأ إلا في عام ١٩٣١م حينما نشر الأستاذ هوتلنك Hotelling في مجلة الاقتصاد السياسي مقـالتـه المـوسومة بـ «اقتصاديات الموارد الناضبة» [٢]. ففي هذه المقالة وضع هوتلنـك تعـريفًا واضحًا ومحددًا لمعنى نضوب المورد يقضي بأن مجموع معدلات الإنتاج Production rates خلال حياة المورد تساوي أصل المورد عند بدء الإنتاج، أي أن:

$$a = \int_0^T q\ (t)\ dt \tag{1}$$

حيث أن a يرمز لأصل المورد، أي إلى الكمية الأصلية من المورد الموجودة في باطن الأرض وقت بدء الإنتاج، و q (t) لمعدل الإنتاج بتاريخ t ، و ∫ للتكامل (أي المجموع اللحظي) من تاريخ بدء الإنتاج، 0 إلى تاريخ النضوب النهائي للمورد T . وباستخدام هذا التعريف استطاع هو تلنك أن يحدد مسألة اقتصاديات الموارد الناضبة على أنها مسألة توازن في السوق الجاري Flow Market للمورد، وذلك بإيجاد المسار الزمني الأمثل Optimal time path لمعدل الإنتاج، q (t) ، الذي يجعل من القيمة الحالية لمجموع معدلات الربح (أو دوال الرفاه الاجتماعي) المستقبلية أقصى ما يمكن، أي إيجاد المسار الزمني لمعدل الإنتاج الذي يحل المسألة التالية:

$$\underset{\{q(t), T\}}{\text{Max}} \left\{ \int_0^T \exp\{\int_0^t r(s)\, ds\}\, \Pi(t)\, dt \mid a = \int_0^T q(t)\, dt \right\} \tag{2}$$

حيث أن $\Pi(t) = \Pi(q(t))$ ويرمز لمعدل الربح الجاري، وأن r (s) يرمز لمعدل الفائدة بتاريخ s ، و exp للأساس الطبيعي، أي أن exp = 2.7182818 ، وبالتالي إذا افترضنا أن تكاليف الإنتاج تساوي صفرًا، ورمزنا لسعر السوق، أي لسعر الوحدة المنتجة من المورد، بالرمز p (t) ، فإن شرط التوازن للمسألة (2) في ظل المنافسة الكاملة يقضي بأن:

$$p(t) = p(0) \exp\{\int_0^t r\ (s)\ ds\} \tag{3}$$

حيث أن p (0) يرمز لسعر السوق وقت بدء الإنتاج، 0 . وبهذا نجد أن سعر السوق لأي مورد ناضب يجب أن يتزايد خلال الزمن بمعدل يساوي سعر الفائدة.

هذا ولم تكن المقالات العلمية التي تلت مقالة الأستاذ هوتلنك إلا صورة أُخرى منها أو توسعًا في بعض التفاصيل الصغيرة حتى عام ١٩٧٤م [٣، ٤، ٥]. ففي ذلك العام ظهرت مقالتان، إحداهما للأستاذ سولو Solow الذي أبان بلغة سهلة نقاطًا عديدة منها أن

شرط التوازن في السوق الجاري في ظل انعدام تكاليف الإنتاج يمثل أيضا شرط توازن في سوق الأصل [٦]، أي أن سعر الموقع يجب أيضا أن يتزايد خلال الزمن بمعدل يساوي سعر الفائدة، حيث إن اصطلاح سعر الموقع يُطلق على سعر الوحدة من المورد قبل إنتاجها، وبالتالي فإن سعر الموقع يمثل تكلفة الفرصة، أي القيمة الحالية لمعدلات الربح المستقبلية التي يُضحي بها مالك المورد الناضب حينما يُقرر إنتاج وحدة واحدة في الوقت الحاضر. أما المقالة الأخرى فهي للأستاذين داسقوبتا وهيل Dasgupta and Heal الذين أثارا موضوع إيجاد معدل الإنتاج لمورد ناضب في حالة الظن (أو عدم التأكد) Uncertainty ، وبالتحديد في ظل إمكانية اكتشاف مورد بديل في تاريخ غير محدد [٧]. هذا ومنذ ذلك الحين وبسبب التذبذب غير العادي في سعر النفط الخام خلال السبعينات وبداية الثمانينات، فقد ازداد اهتمام الاقتصاديين بموضوع الموارد الناضبة وظهرت ولم تزل تظهر مقالات عديدة تتطرق إلى أمورٍ مختلفة في إطار تعريف هوتلنك لمسألة نضوب المورد [٨، ٩، ١٠].

هذا ومن الموضوعات الأخرى التي عولجت أيضًا مسألة إنحراف Distortion معدل الإنتاج الفعلي عن معدل الإنتاج الاجتماعي المرغوب، أي الذي يجعل، مثلاً، من القيمة الحالية لمجموع دوال الرفاه الاجتماعي Social welfare المستقبلية أقصى ما يمكن [٢، ١٠]. ويمكن إرجاع أسباب انحراف معدل الإنتاج الفعلي عن معدل الإنتاج الاجتماعي إلى أمور عديدة، منها، مثلاً، بنية السوق الاحتكارية Monopolistic market structure ، أو بنية النظام الضريبي إلى آخره. ولكن مهما تكن مسببات انحراف معدل الإنتاج الفعلي عن المعدل الاجتماعي، فقد كانت المقارنة تتم في معظم هذه المقالات بين المسار الأمثل Optimal Path لمعدل الإنتاج في ظل نظام إنتاج اجتماعي وبين المسار التوازني Equilibrium Path لمعدل الإنتاج الفعلي في ظل نظام إنتاجي بديل، وذلك على ضوء الشكل المحدد لدوال الشروط التوازنية لكل من نظامي Two regimes الإنتاج.

ولكني في هذه المقالة سأُعالج مسألة الانحراف بشكل عام يتفادى التفاصيل، وذلك بإثبات أن بالإمكان المقارنة بين المسار الزمني لمعدل إنتاج النظام الاجتماعي وبين المسار الزمني لمعدل الإنتاج في أي نظام آخر دون الحاجة إلى معرفة الشكل المحدد لدوال الشروط التوازنية لأي من نظامي الإنتاج.

التعريفـات والرموز المستخدمة

إضـافـة إلى الـرمـوز التي ذكـرت في المقدمة، سأرمز لحجم الإنتاج المتراكم حتى تاريخ t بالرمز X (t) ، أي أن:

$$X(t) = \int_0^t q(s)\, ds \qquad (4)$$

حيث أن X (0) = 0 ، و أن X (T) = a ، وسأفترض أن X (t) دالة متصلة في الفترة الزمنية المغلقة [0 , T]، وقابلة للتفاضل الأول والثاني في الفترة الزمنية المفتوحة (0 , T)، و بالتالي فإن X' (t) = q (t) ، حيث إن X' (t) = dX (t)/dt ، أي أن التفاضل الأول لدالة حجم الإنتاج المتراكم، X (t) ، بالنسبة للزمن يساوي معدل الإنتاج، q (t) .

إضافة لذلك، سأرمز لمعدل الإنتاج الاجتماعي الأمثل بتاريخ t بالرمز q*(t) ، أي إذا كان المجتمع قادرًا على ممارسة حقه في إنتاج المورد لتحقيق رفاهه الاجتماعي، وإذا كانت دالة الرفاة الاجتماعي بتاريخ t ممثلة بالدالة U (t) = U (q (t)) ، فإن q*(t) ستمثل حلاً للمسألة التالية:

$$\underset{\{q(t),\, T\}}{\text{Max}} \left\{ \int_0^T \exp\left\{\int_0^t \eta(s)\, ds\right\} U(t)\, dt \;\middle|\; a = \int_0^T q(t)\, dt \right\} \qquad (5)$$

حيث يرمز η (s) لمعدل الخصم Discounting Rate الاجتماعي بتاريخ s ، الذي يختلف عن معدل الفائدة، ولكنه قد يساويه. بيد أن المجتمع قد يضطر لسببٍ أو لآخر إلى القيام بإنتاج مورده الناضب وفق نظامٍ إنتاجي يختلف عن نظام الإنتاج الاجتماعي، لذا فسأرمز لمعدل الإنتاج التوازني في ظل نظام الإنتاج البديل بالرمز q° (t) ، أي إذا كانت دالة الهدف في ظل نظام الإنتاج البديل ممثلة بالدالة F (t) = F (q (t)) ، فإن q° (t) ، ستمثل حلاً للمسألة التالية:

$$\underset{\{q(t),\, T\}}{\text{Max}} \left\{ \int_0^T \exp\left\{\int_0^t r(s)\, ds\right\} F(t)\, dt \;\middle|\; a = \int_0^T q(t)\, dt \right\} \qquad (6)$$

ولكنَّ معدل الإنتاج في ظل النظام الإجتماعي قد لا يطابق معدل الإنتاج في ظل النظام البديل خلال الزمن، لذا فسوف أعرِّف تاريخ النضوب النهائي للمورد بأنه ذلك التاريخ، وليكن T ، الذي يستنفد أصل المورد نهائيًا في ظل نمط الإنتاج الأكثر محافظة Conservative على المورد أي أن $T = Max \{ T^{*}, T^{\circ} \}$ ، حيث يرمز T^{*} لتاريخ النضوب النهائي للمورد في ظل نمط الإنتاج الاجتماعي، و T° لتاريخ النضوب النهائي للمورد في ظل نمط الإنتاج البديل، أى أن $T = T^{*}$ إذا كان تاريخ النضوب النهائي للمورد في ظل نمط الإنتاج أكبر من تاريخ النضوب النهائي للمورد في ظل نمط الإنتاج البديل، في حين إذا كان العكس، فإن $T = T^{\circ}$.

ولهذا، وبدلاً من إيجاد الشروط التوازنية للمسألتين (5) و (6) والمقارنة بينهما في ظل دوال رياضية محددة وأسباب انحرافٍ إنتاجي معينة، كما هي العادة في اقتصاديات الموارد الناضبة، فسوف أسلك طريقًا آخر يتسم بالعمومية والسهولة ويحقق في الوقت نفسه هدف المقارنــة المنشودة بين أي معدلين للإنتاج. ولكي أُحقق ذلك سأُعرف معدل الانحراف بتاريخ t بأنه الفرق بين معدلي الإنتاج $q^{*}(t)$ و $q^{\circ}(t)$ ، وسأرمز لهذا المعدل بالرمز $d(t)$ ، الذي يتميز بأن « $d(t) : [0, T] \rightarrow R$ » ، حيث يرمز R للمحور أو المسـتقيم الحقيــقــي Real line ، و الرمز «$\rightarrow$» لعلاقة الاقتران Mapping ، كما سأُعرِّف حجم الانحراف المتراكم حتى تاريخ t بأنه الفرق بين حجمي الإنتاج المتراكم $X^{*}(t)$ و $X^{\circ}(t)$ ، و سأرمز له بالرمز $D(t)$ ، حيث إن $D(t) : [0, T] \rightarrow R$ ، أي أن:

$$d(t) = q^{*}(t) - q^{\circ}(t) \qquad (7)$$

، و

$$D(t) = X^{*}(t) - X^{\circ}(t) \qquad (8)$$

ومــن ذلــك نجــد أن $D'(t) = d(t)$ ، حيث إن $D'(t) = dD(t)/dt$ ، كما نجــد أن $D(0) = 0$ ، ولــكــن بمــا أن $T = Max \{ T^{*}, T^{\circ} \}$ ، فإن $a = X^{*}(T) = X^{\circ}(T)$ ، وبالتالي فإن $D(T) = 0$ أيضًا، ومنه نجد أن $D(T) = D(0) = 0$ ، وعلى هذه الملاحظة الهامة تقوم نتائج هذه المقالة.

النتـــائج الأســـاســـية

إن التعاريف والرموز السابقة كافية لإثبات النتائج التالية:

الإِدِّعاءُ الأَوَّلُ

إنَّ الشرط الضروري، والكافي لكي يكون نمط الإنتاج[1] الاجتماعي لمورد ناضب متـطابقًا Identical خلال الزمن مع أي نمط إنتاجي آخر هو أن تكون معدلات تغيرهما متطابقة خلال الزمن.

البرهـــان

سيكون إثبات هذا الادعاء تامًا إذا تمَّ إثبات أن:

(9)

$$d(t) = 0, \forall t \leftrightarrow d'(t) = dd(t)/dt = 0, \forall t$$

حيث إن الرمز « $\forall$ » يرمز للعبارة «لكل قيم t»، وأن الرمز « $\longleftrightarrow$ » يرمز لعلاقة التكافؤ «إذا كان وفقط إذا كان». لذا دعنا أولاً نفترض بأن $d(t) = 0, \forall t$، أي لنفترض بأن نمط الإنتاج الاجتماعي متطابق خلال الزمن مع نمط الإنتاج البديل. ولكن بما أن هذا يعني رياضيًّا أن العبارة $d(t) = 0$ متطابقة زمنية Time identity، لذا، وطبقًا لشروط التطابق، فإن افتراض أن $d(t) = 0, \forall t$ يقتضي بأن $d'(t) = 0, \forall t$، أي إذا كانت دالة معدل الانحراف تساوي صفـرًا (أو حتى إذا كانت تساوي عددًا ثابتًا) في الفترة الزمنية المغلقة $[0, T]$، فإن من البديهي أن يكون معدل التغير في هذه الدالة بالنسبة للزمن مساويًّا للصفر أيضًا في نفس الفترة الزمنية. لذا، وعلى عكس الافتراض الأول، دعنا نفترض أن $d'(t) = 0, \forall t$. ولكن

---

(١) ربما تجدر الملاحظة بأن اصطلاح «معدل الإنتاج» يكافىء من حيث المعنى اصطلاح «نمط الإنتاج»، وبالتالي فإن اصطلاح «معدل تغير نمطي الإنتاج» الوارد في الادِّعاء الأول يكافىء من حيث المعنى اصطلاح «معدل تغير معدلي الإنتاج»، كما تجدر الملاحظة أيضًا بأن مفهوم التطابق بين دالتين يمكن تلخيصه بالتعريف التالي:

يُقـال إن الدالة $f(t)$ والدالة $h(t)$ دالتان متطابقتان خلال الزمن t إذا وفقط إذا كانت الدالتان متساويتين خلال الزمن لكل قيم t .

بإجراء التكامل لطرفي هذه المتطابقة بالنسبة للزمن سنحصل على أن $d(t) = C, \forall t$ ، حيث أن C يرمز لثابت التكامل الأول، وبإجراء التكامل مرة أخرى للمتطابقة الأخيرة بالنسبة للزمن سنحصل على أن $D(t) = B + Ct, \forall t$ ، حيث يرمز B لثابت التكامل الثاني. ولكن $D(0) = 0$ ، لذا فإن $B = 0$ ، ولكن $D(T) = 0$ أيضًا، لذا فإن $C = 0$ ، وأن هذا بدوره يقتضي أن $D(t) = 0, \forall t$ ، أي أن دالة حجم الإنتاج المتراكم متطابقة صفرية في الزمن، وبالتالي فإن إجراء التفاضل الأول لها بالنسبة للزمن سيوجد متطابقة صفرية أيضًا، أي أن $D'(t) = d(t) = 0, \forall t$. وبهذا تمَّ إثبات الادعاء.

ولكن قد يسأل سائل عن جدوى ذلك من حيث التطبيق، فأقول إن معرفة البعد التطبيقي لهذا الإدعاء يعتمد على هدف المجتمع الذي ينتج المورد الناضب. فمثلاً، إذا كان المجتمع يهدف إلى إنتاج مورده الناضب وفقًا للمسألة (5)، ولكنه إضطّر إلى إنتاجه وفقًا للمسألة (6))، وإذا كانت دالة الهدف في المسألة (6) محددة بالشكل $F(t) = U(q(t))\, h(t)$ ، مثلاً، حيث إن $h(t)$ دالة في الزمن فقط وتمثل مصدر الانحراف الإنتاجي، كأن تكون على سبيل المثال نظامًا معينًا للضريبة، وإذا افترضنا أخيرًا أن معدل الخصم الاجتماعي معدل ثابت خلال الزمن، أي إذا إفترضنا أن $\eta(t) = \eta, \forall t$ ، فإن بإمكان القارىء التحقق، بتطبيق طريقة هوتلنك مثلا [2]، من أن شروط التوازن للمسألتين (5) و (6) في ظل كل هذه الافتراضات تقتضي على التوالي أن:

$$U'(q^*(t)) = U'(q^*(0)) \exp(\eta t) \tag{10}$$

وأن

$$U'(q^\circ(t))\, h(t) = U'(q^\circ(0))\, h(0) \exp(\eta t) \tag{11}$$

حيث إن $U'(q(t)) = dU(q(t))/dq(t)$. وبهذا، و إذا كان المجتمع مضطّرًا لإنتاج مورده الناضب وفقًا للشرط (11) ، فإن معدل الانحراف سيكون صفرًا في الفترة الزمنية $[0, T]$ إذا كان وفقط إذا كان $h(t) = h(0), \forall t$ ، أي إذا كان المجتمع يرغب في إنتاج معدل الإنتاج الاجتماعي الذي يحقق الشرط التوازني (10) ، ولكنه غير قادر على ذلك، فإن بإمكانه، إذا كان مضطّرًا، أن ينتج معدل الإنتاج الذي يحقق الشرط التوازني (11) ، ولكن يجب على

هذا المجتمع، إذا استطاع، أن يجعل من مصدر الإنحراف، $h(t)$، كما في هذا المثال، دالة ثابتة خلال الزمن، لأن معدل الإنتاج في هذه الحالة سيكون معدلاً اجتماعيًا رغم أن الإنتاج يتم في ظل نظام إنتاجي يختلف عن نظام الإنتاج الاجتماعي.

هذا في حالة ما إذا تحققت شروط الادعاء الأول أو وجد المجتمع بأن لديه القدرة على تحقيقها، ولكن إذا لم تتحقق هذه الشروط ولم يكن المجتمع قادرًا على تحقيقها، فإن من المؤكد أن مسألة التطابق الزمني بين معدل الإنتاج الاجتماعي وبين أي معدلٍ إنتاجي فعلي آخر مسألة غير ممكنة. ولكني رغم ذلك سأثبت في الادعاء التالي أن عدم تطابق أي معدلين لإنتاج مورد ناضب خلال الزمن لا يدل على عدم وجود تاريخ واحد على الأقل يتساوى عنده هذان المعدلان.

الادِّعــاء الثَّـاني

إذا لم يكن المسار الزمني لمعدل الإنتاج الفعلي لمورد ناضب متطابقًا في الفترة الزمنية المفتوحة $(0,T)$ مع المسار الزمني لمعدل الإنتاج الاجتماعي، فلابد من تقاطعهما في هذه الفترة الزمنية عند تاريخ واحد على الأقل.

البرهــــان:

بما أن حجم الانحـراف المتراكم، $D(t)$، دالة متصلة في الفترة الزمنية المغلقة $[0,T]$، وقـابلة للتفاضل الأول والثاني في الفترة الزمنية المفتوحة $(0,T)$، وبما أن $D(0) = D(T) = 0$، لذا فدالـة حجم الانحـراف المـتراكم تحقق الشروط الـرياضية لنظرية رول Rolle's theorem [١١، ص١٣٨]، وبـالتـالي فلابـد من وجـود تاريخ واحـد على الأقـل، ولنرمز له بالرمز t^*، يتــمـــيز بأن $0 < t^* < T$ وأن $D'(t^*) = d(t^*) = 0$، و هذا بدوره يقضي بأن $q^*(t^*) = q^\circ(t^*)$. وبما أن معدلي الإنتاج، $q^\circ(t)$ و $q^*(t)$، غير متطابقين خلال الزمن، وأن حجم الانحراف المتراكم، $D(t)$، دالة متصلة في الزمن، لذا فإن حجم الانحراف المتراكم سيحتوي على قيمٍ مثلى Optimal Points مختلفة.

وبهذا نجد أن معدل الانحراف الإنتاجي إما أن يكون متطابقة صفرية في الفترة الزمنية المفتوحة (0, T) كما يقضي بذلك الادعاء الأول، أو أن يكون معادلة صفرية في نفس الفترة الزمنية يحققها ويشكل حلاً لها، تاريخ واحد على الأقل، كما يقضي بذلك الادعاء الثاني. ولكن ماذا يعني الادعاء الثاني من حيث التطبيق؟ للإجابة عن هذا السؤال، ولمعرفة أحد الجوانب التطبيقية للادِّعاء الثاني دعنا نفترض أن مجتمعًا ما، حينما أزمع البدء في إنتاج مورده الناضب، أراد أن يختار السياسة الإنتاجية المثلى من بين معدلين للإنتاج، أحدهما يتميز عند تاريخ بدء الإنتاج بوحدات أقل وبسعر أعلى من معدل الإنتاج الآخر، فإن هذا المجتمع سيكون مخطئًا في المدى الطويل إذا ظنَّ أن إنتاج المعدل الذي يتميز بوحدات أقل وسعر أعلى عند بدء الإنتاج سيكون أكثر محافظة على المورد، مثلاً، من المعدل الإنتاجي الآخر. ويرجع السبب في ذلك إلى أن سعر الموقع، أي سعر الوحدة من المورد في باطن الأرض، سيزداد بمرور الزمن في ظل نظام الإنتاج المحافظ بمعدل أبطأ من معدل الزيادة في سعر الموقع في ظل النظام الإنتاجي الآخر، وبالتالي فإن معدل الإنتاج المحافظ سيقل بمعدل أبطأ من معدل الإنتاج الآخر، وهذا بدوره يعني أن مسار معدل الإنتاج الذي قد يكون محافظا في بداية الأمر لابد له أن يقطع في تاريخ لاحق، وأن يكون أعلى (أي أقل محافظة) بعد ذلك من مسار معدل الإنتاج الآخر، ولكن إلى درجة قد يكون فيها أسرع في استنفاد المورد [١٠، ص٤٨]. وهذا هو جوهر الإدعاء الثاني.

هذا ورغم أن مسألة وجود تاريخ وحيد Unique date أو حل وحيد لمعادلة معدل الانحراف الصفرية، $d(t) = 0$، مسألة تعتمد على مصدر الانحراف وعلى الشكل المحدد لدوال الشروط التوازنية لكل من المسألتين (5) و (6)، مثلاً فإن بالإمكان وضع شروط عامة لضمان أن t^*، مثلا، هو التاريخ الوحيد الذي يحقق معادلة معدل الانحراف، كما تثبته النتيجة التالية:

النتيجة الأولى

إذا كان معدل التغير الزمني في دالة معدل الانحراف لا يساوي صفرًا في الفترة الزمنية المفتوحة (0,T)، فلابد من وجود تاريخ وحيد، وليكن t^*، يتلاشى عنده معدل الانحراف ويحقق عنده حجم الانحراف المتراكم قيمة مثلى (عظمى أو دنيا).

البـــرهـــان

لنفترض على النقيض بأن معدل الانحراف يتلاشى عند تاريخ آخر، وليكن s^*، غير مساوٍ لـ t^*، ولنفترض أن μ عدد ثابت أكبر من (أو يساوي) الصفر ولكنه أقل من (أو يساوي) الواحد، أي أن $0 \leqslant \mu \leqslant 1$، ولتكن $t = t^* + \mu (s^* - t^*)$، ودعنا نستخدم نظرية القيمة المتوسطة Mean-value theorem، وذلك كما يلي:

$$d(s^*) = d(t^*) + d'(t)(s^* - t^*) \qquad (12)$$

ولكن بما أن $d(s^*) = d(t^*) = 0$، لذا فإن $d'(t)(s^* - t^*) = 0$. وبما أن التاريخ t^* لا يساوي التاريخ s^*، لذا فلابد أن يكون $d'(t) = 0$. ولكن ذلك يناقض افتراض النتيجة، لذا فلابد أن يكون $t^* = s^*$، أي أن التاريخ t^* هو التاريخ الوحيد الذي عنده يتلاشى معدل الانحراف. ولكي أثبت أن حجم الانحراف المتراكم سيبلغ قيمته المثلى عند هذا التاريخ، دعنا نفترض أن c تاريخ اعتباطي ما يقع بين التاريخ t^* و التاريخ t، ولنستخدم صيغة تيلر Taylor's formula [١١، ص٤٣٧] كما يلي:

$$\begin{aligned} d(t) = D(t^*) &= D'(t^*)(t-t^*) + (1/2)\, D''(c)(t-t^*)^2 \\ &= D(t^*) + d(t^*)(t-t^*) + (1/2)\, d'(c)(t-t^*)^2 \\ &= D(t^*) + (1/2)\, d'(c)(t-t^*)^2 \end{aligned} \qquad (13)$$

وبالتالي فإن حجم الانحراف المتراكم سيبلغ قيمة عظمى إذا كان معدل الانحراف متناقصًا، أي إذا كان $d'(c) < 0$، في الفترة الزمنية المفتوحة $(0, T)$، ولكنه سيبلغ قيمة دنيا إذا كان معدل الانحراف متزايدًا، أي إذا كان $d'(c) > 0$، في هذه الفترة الزمنية.

ولكن، إذا لم يكن معـــدل الانحـراف الإنتـاجي دالـة صفـرية في الـزمن لكـل قيم t، ولم يكن دالة متزايدة في الزمن لكل قيم t، ولم يكن دالة متناقصة في الزمن لكل قيم t، في الفترة الزمنية المفتوحة $(0,T)$، فلابد من وجود أكثر من تاريخ واحد، ولتكن $t^*1, t^*2, \ldots, t^*n$، يكـون معـدل الانحـراف عنـد أي تاريخٍ منهـا مساويًا للصفر، أي

أن $d(t^*i) = 0, i = 1, 2, \dots n$ ، وبالتالي فإن معدل الإنتاج الاجتماعي سيكون مساوياً لمعدل الإنتاج البديل عند أكثر من تاريخ واحد خلافًا لما تقرره النتيجة الأولى.

ولكن سواءً أكـان معدل الانحراف مساويًا للصفر عند تاريخ واحد أو أكثر، فإن المسألة التي نالت حيزًا كبيرًا من النقاش في اقتصاديات الموارد الناضبة مسألة ما إذا كان معدل الإنتاج الاجتماعي أكثر أو أقل محافظة على المورد من أي معدلٍ إنتاجي بديل. ولقد كان من نتائج النقاش الطويل أن المسألة ليست مسألة منطقية وإنما مسألة تطبيقية Empiri-cal Question تتـوقف على البحـوث الميدانية لتحديد مصدر الانحراف وشكله الرياضي المحدد، كتحديد الشكل الرياضي المحدد، مثلاً، لدالة الطلب في السوق الجاري ودالة تكاليف الإنتاج [١٢، ص٢٣٠].

ولكي أُناقش هذه المسألة في شكلها العام سأرمز لمجموعة Set التواريخ، التي يؤدي أي تاريخ فيها إلى تلاشي معدل الانحراف، بالرمز t^* ، أي أن $t^* = \{ t^*i, i = 2, 2, \dots, n\}$ ، و لكني سوف أفترض بأن $0 < t^*1 < t^*2 < \dots < t^*n < T$ ، علمًا بأن هذه المجموعة قد تحتوي على تاريخ واحد فقط. فإذا كان الأمر كذلك، فإن النتيجة التالية ستثبت بشكل عام أن مسألة الحفاظ Conservation على مورد ناضب في ظل نمط إنتاجي معين دون الآخر إنما هي مسألة تطبيقية وليست منطقية، أي إذا كان المجتمع يهدف إلى الحفاظ على مورده الناضب، فإن الواقع المـوضـوعي لدالة الطلب في السوق ودالة تكاليف الإنتاج، مثلاً، هو الذي يحدد نظام الإنتاج الذي يحقق هذا الهدف وليس العكس.

النتيجـة الثانيـة

إذا كان معدل الانحراف معدلاً متزايدًا حول آخر تاريخ يتلاشى عنده، فإن نمط الإنتاج الاجتماعي سيكون أكثر حفاظًا على المورد من أي نمط إنتاجي آخر، في حين إذا كان معدلاً متناقصًا حول ذلك التاريخ، فإن نمط الإنتاج الاجتماعي سيكون أقل حفاظًا على المورد من النمط الإنتاجي الآخر.

البـــرهـــان

لإثبات هذه النتيجة، لنرمز لتاريخ النضوب النهائي في ظل النظام الإنتاجي الأقل محافظة على المورد بالرمز Te ، أي أن $Te = Min\{T^*, T^°\}$ ، ودعنا نستخدم نظرية القيمة المتوسطة كما يلي:

$$d(Te) = d(t^*n) + d'(t)(Te - t^*n)$$
$$= d'(t)(Te - t^*n) \qquad (14)$$

حيث إن $t = t^*n + \mu(Te - t^*n)$ ، وأن $0 \leqslant \mu \leqslant 1$ ، وأن t^*n يرمز للتاريخ الأخير الذي يتلاشى عنده معدل الانحراف. وبذلك، ونظراً لأن $Te > t^*n$ ، فإذا كان $d'(t) > 0$ ، فلابد أنَّ $d(Te) > 0$ ، وهذا بالتالي يقضي بأن $q^*(Te) > q^°(Te)$ ، أي إذا كان معدل الانحراف معدلاً متزايدًا في الفترة الزمنية $[t^*n, Te]$ ، فإن معدل الإنتاج الاجتماعي سيكون أكثر محافظة على المورد من المعدل الإنتاجي الآخر هذا ومن جهة أخرى، إذا كان $d'(t) < 0$ ، فلابد أن $d(Te) < 0$ ، وهذا بالتالي يقضي بأن $q^*(Te) < q^°(Te)$ ، أي إذا كان معدل الانحراف معدلاً متناقصًا في الفترة الزمنية $[t^*n, Te]$ ، فإنَّ معدل الإنتاج الاجتماعي سيكون أقل محافظة على المورد من المعدل الإنتاجي الآخر.

وبهذا نجد أن معرفة أنَّ معدل الانحراف معدل متزايد أم متناقص حول آخر تاريخ يتلاشى عنده هذا المعدل ستحدد نظام الإنتاج الأكثر محافظة على المورد، ولكن كيف لمن يمتلك موردًا ناضبًا أن يعلم في وقت بدء الإنتاج أن تلاشي معدل الانحراف حول أي تاريخ لاحق سيكون جزءًا من مسار زمني متناقص أو متزايد أو حتى جزءًا من مسار صفري إذا كان لا يعلم الشكل الرياضي المحدد لمعدل الانحراف في ذلك التاريخ؟ للإجابة على هذا السؤال أقول بأن من المؤكد أنه سيعجز عن معرفة ما سيحدث في المستقبل. ومع ذلك، إذا كان هدف من يمتلك موردًا ناضبًا أن يبدأ في إنتاج معدل يحافظ على بقاء المورد لمدة أطول من أي معدل إنتاجي آخر، فإن عليه من واقع بيانات إحصائية تاريخية «صادقة» أن يقدر في وقت بدء الإنتاج الشكل الرياضي المحدد لكل الدوال الرياضية التي تُمكِّنه من معرفة الشكل التقريبي المحدد لدالة معدل الإنحراف، وعلى ضوء ذلك يختار نظام الإنتاج الذي يحقق هدفه على أمل استمرار ظروف السوق والإنتاج كما هي عليه في المستقبل. ولكن

قد تكون الدوال الرياضية المقدرة غير مطابقة للواقع الاقتصادي بشكل مقبول أو قد تتغيّر ظروف السوق والإنتاج في المستقبل، لذا فإن المنتج الحصيف يجب أن يُعيد عملية تقدير الواقع الاقتصادي في كل وقت لاحق أو كلما جد جديد، وأن يراجع خطة الإنتاج ويعدلها، إذا اضطر، بالشكل الذي يضمن تحقيق هدفه.

وبهذا نجد أن من الضروري لأي مجتمع يمتلك موردًا ناضبًا أن يحدد الهدف من الإنتاج، كأن يحدد الهدف مثلاً بمسألة الكفاءة الإنتاجية دون التقيد بمسألة الحفاظ على المورد، أو أن يحدده بمسألة الحفاظ على المورد دون التقيد بمسألة الكفاءة الإنتاجية، أو أن يحدده بالمسألتين معا، ولكن ذلك لا يكفي إلا إذا بُنى على واقع إقتصادي يمكن المجتمع من تقدير الأشكال المحددة للدوال الرياضية المطلوبة لتنفيذ الهدف المرغوب.

الخلاصـــة

لقد أثبتُّ في هذه المقالة أن معدل الانحراف الإنتاجي لمورد ناضب، أي أن الفرق بين معدل الإنتاج الاجتماعي وأي معدل إنتاجي بديل، سيساوي صفرًا كل الوقت، إذا كان، وفقط إذا كان معدل تغيره الزمني يساوي صفرًا كل الوقت، وبالتالي فإنَّ لدى المجتمع في ظل مثل هذا الوضع الخيار بين نظام الإنتاج الاجتماعي أو أي نظام إنتاجي بديل، دون أن تؤثر مسألة اختيار نظام الإنتاج على المسار الزمني لمعدل الإنتاج. ولكن معدل التغير الزمني في معدل الانحراف قد لا يساوي صفرا لكل الوقت أو لبعضه، لذا فإن معدل الانحراف في ظل هذا الوضع سيتلاشى عند تاريخ وحيد إذا كان متناقصًا كل الوقت أو كان متزايدًا كل الوقت، ولكنه سيتلاشى عند أكثر من تاريخ واحد إذا كان لا هذا ولا ذاك. وفي مثل هذا الوضع، فإن المسار الزمني لمعدل الإنتاج الاجتماعي سيختلف عن المسار الزمني لمعدل الإنتاج البديل، وإذا كان المجتمع يرغب في الحفاظ على مورده لأطول مدة ممكنة، فإن اختيار النظام الاجتماعي للإنتاج سوف لن يحقق هذه الرغبة إلا إذا كان معدل الانحراف متزايدًا في السنوات الأخيرة من حياة المورد ولكن، وفي كل الأوضاع السابقة، فإن تحديد الشكل المحدد لدالة معدل الانحراف أمر لابد منه لاختيار النظام الإنتاجي الذي يحقق هدف المخطط، أي أنَّ تحديد مصـدر الانحراف وتقدير شكله الرياضي المحدد من واقع بيانات إحصائية صادقة وبصورة دورية سيساعد في اختيار نظام الإنتاج الواجب اتباعه، وليس العكس.

المــراجــع

[١] Gray, L. C. "Rent under the Assumption of Exhaustibility". *Quarterly Journal of Economics,* 28, (1914), (Reprinted in Gaffeny. M. (ed). *Extractive Resources and Taxation,* University of Wisconsin Press, 1967).

[٢] Hotelling, H. "The Economics of Exhaustible Resources" *Journal of Political Economy,* (1931), 137-175.

(وقد ترجمه إلى العربية سامر عبدالجبار المطلبي ، "اقتصاديات الموارد الناضبة" ، *مجلة النفط والتنمية* ، كانون الثاني (شباط) ١٩٨٥م).

[٣] Gordon, R. L. "Conservation and the Theory of Exhaustible Resources," *Canadian Journal of Economics and Political Sciences,* 31 (1966), 319-328.

[٤] Gordon. R. L. "A Reinterpretation of the Pure Theory of Exhaustion," *Journal of Political Economy (1967), 274-266.*

[٥] Scott, A. "The Theory of Mine Under Conditions of Certainty." in Gaffeny, M. (ed), *Extractive Resources and Taxation.* University of Wisconsin Press, 1967.

[٦] Solow, A. "The Economics of Resources or the Resources of Economics." *American Economic Review, Papers and Proceedings,* R. T. Ely Lecture, 64, (1974), 1-14.

[٧] Dasgupta, P., and Heal, G.M. "The Optimal Depletion of Exhaustible Resources." *Review of Economic Studies, Symposium* (1974), 3-29.

[٨] Eswaran, M., and Lewis, T.R. "Ultimate Recovery of an Exhaustible Resource under Different Market Structures." *Journal of Environmental Economics and Management* 11, (1984), 55-69.

[٩] Geroski, P. A., Ulph, A.M., and Ulph, D.T. "A Model of the Crude Oil Market in Which Market Conduct Varies." *The Economic Journal,* 97 (1987), 77-86.

[١٠] Al-Jasim. M.S. "Exhaustible Resources: Theory, Extention, and Application," *Ph. D. Thesis,* The Department of Economics and Related Studies, University of York, York, England, UK, 1987.

[١١] Johnson, R. E., and Kiokerneister, F. L. *A First Course in Calculus.* Allyn and Bacon, Inc., 1969.

[١٢] Lewis, T.R., Mathews, S.A., and Burness, H.S. "Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources: Note." *American Economic Review,* 69, No. 1 (1979) 227-230.

Exhaustible Resources: The Question of Distortion

Mohammed Saad Al-Jasim

Assistant Professor, Economic Department, College of Administrative Sciences, King Saud University, Riyadh, Saudi Arabia

(Received 11/11/1411 ; Accepted for Publication 25/1/1412)

Abstract. This article addresses the question of comparing two different rates of extracting an exhaustible resource. It generally shows that the rate of distortion, defined as the difference between some desirable social rate and any other rate of extraction, will be nil over time if and only if its rate of time change is nil over time. Otherwise, the rate of distortion will be decreasing or increasing over time with at least one date at which it must be nil. Therefore, the question of conserving the resource stock depends, not on the existing production regime, but rather on the specific functional form of market demand and production costs.