مجلة جامعة الملك سعود، م١٢، العلوم الإدارية (٢)، ص ص ١٦٥-١٩٦، الرياض (١٤٢٠هـ/٢٠٠٠م)

التوزيع الاحتمالي لأزمنة تنفيذ نشاطات المشروع في أسلوب تقييم ومراجعة المشاريع PERT

محمد كبيه كبيه*، أميرة محمد عبيدو**

*أستاذ مساعد في قسم الأساليب الكمية، كلية العلوم الإدارية

**أستاذ مساعد بقسم الاقتصاد، مركز الدراسات الجامعية للبنات،

جامعة الملك سعود، الرياض، المملكة العربية السعودية

(قدم للنشر في ١٤١٦/١١/١٩هـ؛ وقبل للنشر في ١٤١٩/١/١٥هـ)

ملخص البحث. يستهدف هذا البحث تسليط الضوء على التوزيع الاحتمالي الذي يحكم زمن تنفيذ النشاطات في أسلوب تقييم ومراجعة المشاريع PERT، وذلك من خلال اقتراح توزيعين احتماليين، هما التوزيع المثلثي والتوزيع المتدرج بدلا عن توزيع بيتا Beta Distribution، الذي توصلت إليه مجموعة البحث المطورة لأسلوب PERT بصفته نموذجا ملائما. إن السبب وراء هذا الاقتراح هو إمكانية حذف مصادر الخطأ التي يمكن أن تنشأ من جراء القبول بتوزيع بيتا لأزمنة النشاطات، لأن دقة القيم المتوقعة لأزمنة تنفيذ النشاطات وتبايناتها تعتمد بشكل أساسي على اختيار القيم الخاصة لكل من p، q. وبنتيجة المعالجة الرياضية لكلا التوزيعين المقترحين توصلنا إلى اشتقاق صيغ رياضية دقيقة (كما هو الحال بالنسبة لتوزيع بيتا) لحساب الزمن المتوقع لأزمنة النشاطات وكذلك تبايناتها. وبمقارنة نتائج الحسابات المتعلقة بالمثال الخاص بقيام أحد المكاتب الاستشارية بتقديم عرض لإعداد الأنظمة المالية والإدارية لإحدى الشركات السعودية المساهمة توصلنا لما يلي:

أ) بالنسبة للتقديرات الزمنية النشاطات المشروع المحكومة بالوضع $m < (a + b)/2$ حصلنا على النتيجة التالية: $\mu(\beta) \leq \mu(m) \leq \mu(s)$.

ب) بالنسبة للتقديرات الزمنية لنشاطات المشروع والتي من أجلها $m > (a + b)/2$ حصلنا على النتيجة التالية : $\mu(s) \leq \mu(m) \leq \mu(\beta)$.

جـ) إن تباينات أزمنة تنفيذ النشاطات المحسوبة باستخدام توزيع بيتا كانت الأفضل من أجل جميع النشاطات اللازمة لتنفيذ المشروع.

مقـــــدمة

يستخدم أسلوب تقييم ومراجعة المشاريع Project Evaluation and Review Technique، ويدعى اختصارا PERT، وأسلوب المسار الحرج Critical Path Method ويدعى اختصارا CPM في تخطيط وجدولة النشاطات الخاصة بالمشاريع المحددة زمنيا، كمشاريع البناء والإنشاءات أو إصلاح آلة أو إدخال سلعة جديدة إلى الأسواق وجدولتها، وكذلك يستخدم في الأعمال والخطط العسكرية، فهو مكرس لإنهاء الأعمال والنشاطات والمشاريع في الوقت المرغوب، لأن هذه المشاريع تتألف من عدة نشاطات يشكل مجموعها المهمة الرئيسة الواجب على إدارة المشروع إنجازها. وهذه النشاطات إما أن تنفذ في تعاقب زمني الواحدة إثر الأخرى، أو أن عديدا منها يمكن تنفيذها في وقت واحد. إن محور العمل وفق أسلوب PERT هو التنسيق بين نشاطات المشروع بشكل منطقي من خلال تمثيل مخططي على شكل شبكة Network يوضح العلاقات بين هذه النشطات، وكيفية اعتماد بعضها على بعض ؛ ومن ثم تحليل المخطط الشبكي لمعرفة النشاطات التي يتحكم زمن إنجازها في الفترة الكلية اللازمة لإنجاز المشروع، والتي تشكل ما يسمى المسار الحرج الناظم لفترة الانتهاء [١ ؛ ص٢٣٥]. وبإعداد التمثيل الجدولي لمعطيات المخطط الشبكي يمكن تحديد أوقات البدء والانتهاء بالنسبة لتنفيذ النشاطات وكذلك تحديد النشاطات التي يترتب على تأخيرها تأخير فترة تنفيذ المشروع، وهي التي تعرف بالنشاطات الحرجة Critical activities، والنشاطات التي يمكن أن تتأخر بدايتها لفترة معينة دون أن يتأخر تنفيذ المشروع، وهي التي تعرف بالنشاطات التي تملك فائضا زمنيا. وعن طريق المتابعة ومراقبة التنفيذ تتم مراجعة المخطط، لمعرفة مدى تطابق التنفيذ الفعلي لنشاطات المشروع مع المخطط الزمني للقيام بالتعديلات اللازمة حال حدوث انحرافات غير متوقعة نتيجة

للظروف التي تترافق مع تطور المشروع. يركز أسلوبPERT على عنصر الوقت، ويعتمد على أن تقدير الوقت المخصص لتنفيذ المشروعات يدخل فيه العنصر الاحتمالي، ولهذا السبب يستخدم في حالة المشروعات التي تتصف أزمنة تنفيذ نشاطاتها بعدم التأكد؛ في حين يهتم أسلوب المسار الحرج بدراسة العلاقة بين التكلفة وزمن الانتهاء من تنفيذ المشروع، وذلك بفرض بدائل مختلفة لتكلفة النشاطات وأزمنة تنفيذها. وفي بحثنا هذا سنحاول تسليط الضوء على التوزيع الاحتمالي الذي يحكم أزمنة تنفيذ النشاطات في المشروعات، وبيان إمكانية اقتراح توزيعات احتمالية أخرى غير توزيع بيتا Beta Distribution، نظرا لما يتصف به هذا التوزيع من مرونة تتوقف على القيم النسبية لكل من P وq التي من أجلهما يكون التوزيع ملتويا نحو اليمين، أو نحو اليسار [٢؛ ص٢٦٥].

التوزيع الاحتمالي لأزمنة تنفيذ نشاطات المشروعات في أسلوب PERT

غالبا ما تكون الفترات الزمنية اللازمة لتنفيذ النشاطات في المشروعات غير معروفة بشكل يقيني، وتعتبر بمثابة متغيرات عشوائية، إذ مع تطور PERT بصفته أسلوبا للتخطيط والمراقبة بالنسبة للمشروعات الكبيرة تزداد صعوبة التخطيط الزمني لتلك النشاطات، وخاصة في حالة غياب القيم التجريبية لهذه النشاطات، إذ لا يمكن حساب أزمنة تنفيذ النشاطات بثقة تامة لتأرجح الفترات الزمنية ضمن حدود معينة، وتأخذ صبغة عشوائية. ولهذا السبب ينبغي إجراء ثلاثة تقديرات زمنية لكل نشاط من نشاطات المشروع (I, J) أساسا لتحديد الزمن المتوقع وهذه التقديرات الزمنية الثلاثة هي:

أ) التقدير الزمني المتفائل Optimistic estimate aij

ويمثل الزمن الأدنى اللازم لإنجاز النشاط، أي الزمن الذي تستغرقه العملية لو سارت الأمور كما نرغب.

ب) التقدير الزمني الأكثر احتمالا Most likely estimate mij

ويمثل الزمن الذي يبدو أصدق من سواه، أي الزمن الذي يمكن أن نختاره لو لم يكن أمامنا سوى خيار واحد.

جـ) التقدير الزمني المتشائم Pessimistic estimate bij

ويمثل الزمن الأقصى الذي يمكن أن تتم خلاله العملية أي الزمن الذي تستغرقه العملية ، إذا لم تسر الأمور كما يجب.

نستخلص من هذه التقديرات الثلاثة تقديرا متوسطا هو متوسط الزمن الذي يمكن أن تستغرقه العملية لو كررت عددا كبيرا من المرات (القيمة المتوسطة للتقديرات). مما سبق نستنتج أن أزمنة تنفيذ النشاطات عند تخطيطها بطريقة بيرت يمكن اعتبارها متغيرات عشوائية معرفة على المجال [aij, bij] ، ويجب أن تخضع لتوزيع احتمالي معين. وقد تم التوصل لبعض المعايير البسيطة حول أزمنة تنفيذ النشاطات نذكرها فيما يلي :

- بما أن الزمن مؤشر دائم فإن له توزيعا مستمرا.
- إن زمن النشاطات لا يمكن أن يأخذ قيما سالبة ، كما أن لدالة كثافة الاحتمال نقطتي تقاطع مع محور السينات وهما aij وbij.
- إن زمن تنفيذ النشاطات يجب أن يكون متناهيا وإلا لا يكون المشروع قابلا للتنفيذ.
- يفترض أن القيم الممكنة للمتغيرات العشوائية تتركز حول قيمة محددة بشكل يكون للتوزيع قمة.

وتبعا لهذه المعايير فقد توصلت مجموعة البحث المطورة لأسلوب PERT إلى اقتراح توزيع احتمالي لأزمنة النشاطات وهو توزيع بيتا كنموذج ملائم لما يتمتع به هذا التوزيع من خصائص ، ويأخذ أشكالا مختلفة وله نهايات محددة. وعلى هذا الأساس تم حساب المقياسين الأكثر أهمية ، وهما التوقع الرياضي والتباين ، وذلك على النحو التالي :

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6} \qquad (١)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{36} \qquad (٢)$$

توزيع بيتا لأزمنة النشاطات

إن توزيع بيتا لأزمنة النشاطات يشتق من تابع بيتا الكامل ، إذ يتحدد بالنسبة لمتغيرين p و q حيث $p, q > 0$:

$$\beta(p,q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}\,dx \qquad (٣)$$

حيث يرتبط هذا التابع بتابع غاما بموجب العلاقة التالية :

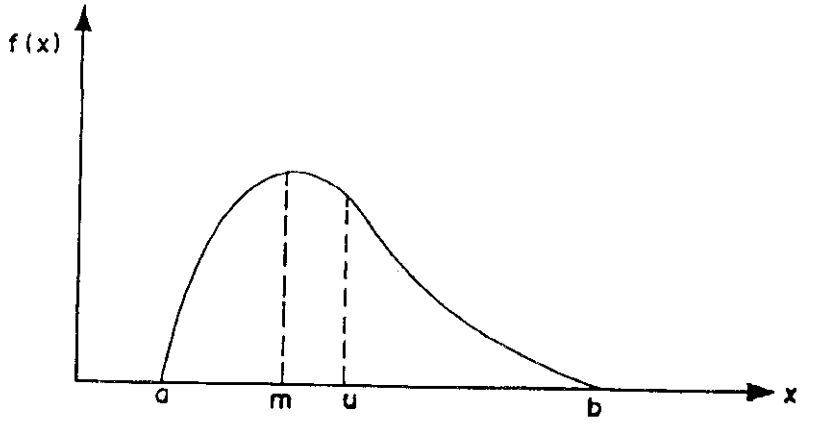
$$\beta(p,q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} \qquad (٤)$$

وكما نعلم فإن تابع الكثافة لتوزيع بيتا يأخذ الشكل التالي :

$$f(X) = .\frac{x^{p-1}.(1-x)^{q-1}}{\beta(p,q)}, 0 \le x \le 1$$

$$f(X) = 0, x \le o, x \ge 1 \qquad (٥)$$

والشكل البياني رقم (١) يمثل تابع الكثافة الاحتمالي لتوزيع بيتا.



الشكل رقم (١). تابع الكثافة الاحتمالي لتوزيع بيتا.

ولحساب القيمة الأكثر احتمالا (النهاية العظمى) نشتق دالة الكثافة الاحتمالية حسب x ، ونضع المشتق مساويا للصفر ، فنجد بالحساب أن القيمة العظمى للدالة تقابل الوضع :

$$X = \frac{p-1}{p+q-2} \qquad (٦)$$

وبعد تعويض x بالقيمة الأكثر احتمالا m(x) ، وحساب القيمة المتوقعة E(x) ، والتباين Var (x) نحصل على الصيغ التالية :

$$E(X) = p/p+q \qquad (٧)$$

$$Var(X) = \frac{p.q}{(p+q)^2.(p+q+1)} \qquad (٨)$$

وللوصول إلى دالة بيتا المعرفة على المجال [a, b] نجري التحويل من x إلى t وفق العلاقة التالية :

$$t = a + (b-a)x \qquad (٩)$$

وعندها تأخذ دالة الكثافة الاحتمالية المعرفة سابقا الصيغة التالية :

$$f(t) = \frac{1}{(b-a)^{p+q-1}.\beta(p,q)}.(t-a)^{p-1}.(b-t)^{q-1}, a \le t \le b$$
$$f(t) = 0, t \le a, t \ge b, \ldots\ldots p, q \ge 0 \qquad (١٠)$$

واستنادا لخواص القيمة المتوقعة والتباين يمكن كتابة العلاقتين (7) و(8) بدلالة t ، وذلك على النحو التالي :

$$E(t) = \frac{aq+bp}{(p+q)} \qquad (١١)$$

$$Var(t) = (b-a)^2.\frac{pq}{(p+q)^2(p+q+1)} \qquad (١٢)$$

وحسب القيم الخاصة لكل من p وq نحصل من المعادلتين السابقتين على الزمن المتوقع والتباين لأزمنة تنفيذ النشاطات علما بان القيم الخاصة لكل زوج من قيم p وq والمستخدمة

في طريقة PERT يتم اختيارها من أحد الأزواج التالية (والتي تم استخلاصها من التجارب العملية المتكررة والتي قام بها الباحثون وتعتمدها غالبية المراجع وبشكل خاص الزوج الأول والثاني):

$$\begin{aligned} &1)\ p \equiv 3+\sqrt{2}, q = 3-\sqrt{2} \\ &2)\ p \equiv 3-\sqrt{2}, q = 3+\sqrt{2} \\ &3)\ p = q = 4 \\ &4)\ p = 2, q = 3 \\ &5)\ p = 3, q = 2 \\ &6)\ p = 3, q = 3 \end{aligned} \qquad (١٣)$$

من الزوج الأول والثاني نحسب القيمة المتوقعة والتباين لأزمنة تنفيذ النشاطات، فنحصل على الصيغ التالية:

$$\mu = \frac{a+4m+b}{6} \qquad (١٤)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{36} \qquad (١٥)$$

وباستخدام الزوج الثالث نحصل على الصيغ التالية لكل من القيمة المتوقعة والتباين:

$$\mu = \frac{a+6m+b}{8} \qquad (١٦)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{36} \qquad (١٧)$$

ويستخدم عندما يكون تابع الكثافة متماثلا وقليل التفلطح [٣؛ ص ص١١٨-١٣٦].
وباستخدام الزوجين الرابع والخامس نحصل على العلاقات التالية:

$$\mu = \frac{a+3m+b}{5} \qquad (١٨)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{25} \qquad (١٩)$$

وتستخدم هذه العلاقات عندما لا يكون تابع الكثافة متماثلا ومفلطحا. وباستخدام الزوج الأخير عندما p = q = 3 نجد :

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6} \qquad (٢٠)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{36} \qquad (٢١)$$

مما تقدم نلاحظ أن الأزواج الأول والثاني والسادس تعطينا نفس الصيغ للتباين مع اختلافات في قيمة القيم المتوقعة ، وتستخدم عندما يكون تابع الكثافة متماثلا. أما الأزواج الأخرى فأعطت قيما مختلفة لكل من القيمة المتوقعة والتباين ، وتستخدم عندما يكون تابع الكثافة مفلطحا.

نلاحظ مما تقدم أنه طبقا للقيم المختلفة والمتناظرة التي تأخذها كل من p وq نحصل على قيم مغايرة لكل من القيمة المتوسطة للتقديرات الزمنية الثلاثة ، وكذلك لقيم التباين ، أي قياس عدم اليقين في الزمن الذي تستغرقه العملية ، مع العلم أن الزوجين الخامس والسادس استخدما لأول مرة في هذا البحث. واستنادا للنتائج التي حصلنا عليها والمتمثلة بالقيم المختلفة لكل من القيمة المتوقعة والتباين للتوزيع الاحتمالي المستخدم طبقا للقيم الخاصة التي تأخذها كل من q وq رأينا البحث عن توزيعات احتمالية قريبة من توزيع بيتا ، ويفترض فيها التماثل. ولهذا السبب سنحاول تسليط الضوء على توزيعين احتماليين هما التوزيع المثلثي المتماثل ، والتوزيع المتدرج المتماثل كتوزيعات احتمالية ملائمة تحكم أزمنة تنفيذ النشاطات في أسلوب PERT.

التوزيع المثلثي المتماثل والتوزيع المتدرج المتماثل لأزمنة النشاطات

لقد اعتبرنا أن أزمنة تنفيذ النشاطات هي متغيرات عشوائية تخضع لتوزيع احتمالي متماثل ، ومعرفة على المجال [aij, bij]. وإذا عدنا للقانون الذي يحكم أزمنة النشاطات فسنجد أن أهم مسألة تبدو في هذا المضمار هي مسألة حذف وإلغاء مصادر الخطأ التي

يمكن أن تنشأ من جراء القبول بتوزيع بيتا لأزمنة النشاطات وكل بحث آخر لا يمكنه دون حل هذه المشكلة أن يؤدي إلى أية نتائج جديدة.

وهذه الأخطاء الواجب تقليصها إلى الحد الأدنى ترتبط بشكل أساسي مع تبسيط الحساب للقيم المتوقعة والتباينات لأزمنة تنفيذ النشاطات، والسبب هو في اختيار القيم الخاصة لكل من p وq. وبما أن الحساب الصحيح يؤثر في المواعيد التفصيلية وفي الزمن الإجمالي للمشروع، وكذلك في الخطوات التكتيكية للمشروع بسبب التأثير في المسار الحرج، فإن استعراض التوزيعات الأخرى لأزمنة النشاطات يبدو ضروريا. ولهذا السبب عمدنا إلى استعراض توزيعات احتمالية أخرى تتحقق فيها المعايير السابقة (القمة الواحدة، الاستمرارية، نقطتا تقاطع غير سالبتين مع محور السينات). وقبل استعراض كل من التوزيعين المثلثي المتماثل، والمتدرج المتماثل نطرح السؤالين التاليين:

ا) هل يمكن في هذين التوزيعين اشتقاق صيغ دقيقة - كما الحال بالنسبة لتوزيع بيتا- لحساب الزمن المتوقع، وكذلك التباين لأزمنة النشاطات؟

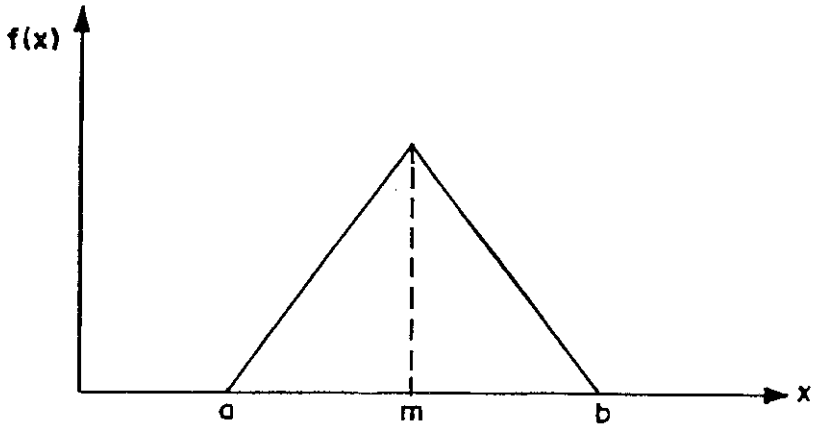
ب) ما هي النتائج الناجمة عن المقارنة بين كل من μ وσ المحسوبتين بوساطة الصيغ الخاصة بالتوزيعات المختلفة، وما هي تأثيرات هذه التوزيعات على المواعيد المختلفة للنشاطات وكذلك في الفترة الإجمالية للمشروع وما هو احتمال ظهورها؟

إن الجواب على السؤال الأول ينتج من المعالجات الرياضية للتوزيعات المختلفة. أما الإجابة على السؤال الثاني فتنتج من التنفيذ العملي للحسابات الخاصة بالشبكة.

التوزيع المثلثي المتماثل لأزمنة تنفيذ النشاطات

إن تابع الكثافة للتوزيع المثلثي المتماثل يعطى بموجب العلاقة التالية:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2(x-a)}{(b-a)(m-b)}, & a \le x \le m\\[2ex] \dfrac{2(x-b)}{(b-a)(m-b)}, & m \le x \le b.\\[2ex] 0, & x \le a,\ \ x \ge b\end{cases} \qquad (٢٢)$$



الشكل رقم (٢). تابع الكثافة الاحتمالي للتوزيع المثلثي.

إن القيمة المتوقعة تتحدد بوساطة العلاقة التالية :

$$E(x) = \int_a^m \frac{2x(x-a)}{(b-a)(m-a)}dx + \int_m^b \frac{2x(x-b)}{(b-a)(m-b)}dx, \qquad (٢٣)$$

وبحل هذا التكامل نحصل على القيمة المتوقعة للتقديرات الزمنية الثلاثة وفق العلاقة التالية :

$$\mu = \frac{(a+m+b)}{3} \qquad (٢٤)$$

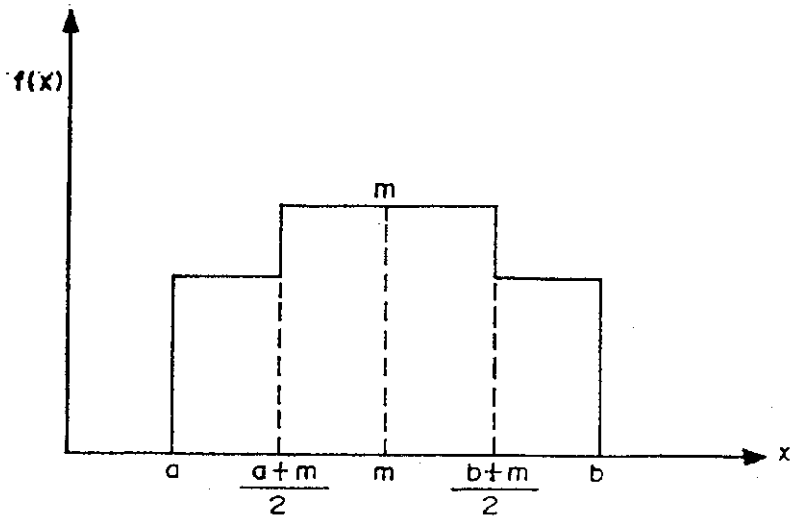
وبشكل مشابه يمكن حساب التباين فنحصل على العلاقة التالية :

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2 - (m-a)(b-m)}{18} \qquad (٢٥)$$

التوزيع المتدرج المتماثل لأزمنة النشاطات

إن تابع الكثافة الاحتمالية للتوزيع المتدرج يعطى بموجب العلاقة التالية :

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{2}{3(b-a)}, & a\le x\le \dfrac{a+m}{2}\\ \dfrac{4}{3(b-a)}, & \dfrac{a+m}{2}\le x\le \dfrac{b+m}{2}\\ \dfrac{2}{3(b-a)}, & \dfrac{b+m}{2}\le x\le b,\\ 0, & b\le x\end{cases} \qquad (٢٦)$$



الشكل رقم (٣). تابع الكثافة الاحتمالي للتوزيع المتدرج.

يتضح من العلاقة (٢٦) أننا حيال توزيع احتمالي ذي ثلاثة مقاييس، ويتحدد بالقيم التالية: a, m, b. وهي التقديرات الثلاثة لأزمنة تنفيذ النشاطات كما هو الحال بالنسبة لتوزيع بيتا والتوزيع المثلثي ونحصل على الزمن المتوقع وكذلك على التباين عن طريق مكاملة تابع الكثافة الاحتمالي فنحصل على العلاقتين التاليتين :

$$\mu = \frac{5(a+b)+2m}{12},$$

(٢٧)

$$\sigma^2 = \frac{11a^2 + 11b^2 - 14ab + 8m(m-a-b)}{144},$$

مما تقدم نستنتج أنه نتيجة للمعالجة الرياضية توصلنا لصيغ دقيقة للزمن المتوقع والتباين كما هو الحال في توزيع بيتا، وسوف نخصص فقرة تبين النتائج التي سنحصل عليها أثناء التنفيذ العملي للحسابات المتعلقة بالمثال التطبيقي لهذا البحث، وسوف نقارن بين القيم المتوقعة والتباينات المحسوبة بوساطة التوزيعات الاحتمالية الثلاثة المختلفة.

٤ – مثال تطبيقي[١]

نظرا لحاجة إحدى الشركات السعودية المساهمة لعمل تحليل للأنظمة الإدارية والمالية المتكاملة والشاملة لجميع نشاطات الشركة و إعدادها، يبدي مكتب استشاري متخصص في بتقديم العديد من الخدمات الاستشارية المتعلقة بتطوير المشاريع - دراسات الجدوى وتقييم المشاريع- التسويق وبحوث التسويق- تدقيق الكفاية الإدارية - وفي التنظيم الإداري وتنمية الموارد البشرية وفي التخطيط والتنظيم المالي، بالإضافة إلى وضع أنظمة المعلومات والتوثيق - استعداده لإنجاز هذه المهمة وفق أفضل المستويات المهنية المتعارف عليها، وذلك في خلال فترة زمنية لا تتجاوز ثمانية عشر أسبوعا من تاريخ تعميد الشركة للمكتب الاستشاري المختص. ولكي يتمكن هذا المكتب من تنفيذ المهمة الموكلة إليه في الوقت المحدد طلب من الاستشاريين والمتخصصين لديه إعطاء تقديرات زمنية لكل مرحلة من مراحل العمل كل في مجال تخصصه، لتتم على ضوء هذه التقديرات جدولة المشروع وتخطيط (المراحل التي سيمر بها إعداد الأنظمة الإدارية والمالية للشركة، وتسمية الفريق الباحث الذي سيوكل إليه إعداد النظام الخاص به

والمهلة المقررة لإنجازه). وفيما يلي التقديرات الزمنية لكل مرحلة من مراحل المشروع موضحة في الجدول التالي رقم (١).

الجدول رقم (١). التقديرات الزمنية لكل مرحلة من مراحل إعداد الأنظمة الإدارية والمالية للشركة.

اسم النشاط	رمز النشاط	الزمن المتفائل	الزمن الأكثر احتمالا	الزمن المتشائم
A- المرحلة التمهيدية	(١-٢)	١٤	١٥	١٧
B- مرحلة وضع النظم	(١-٣)	٢٥	٢٨	٣٠
C- نشاط وهمي	(٢-٣)	٠	٠	٠
D- الهيكل التنظيمي العام	(٣-٤)	١٢	١٥	١٧
E- المخططات التفصيلية	(٤-٦)	٨	١٠	١١
F- التوصيف الوظيفي	(٦-١٠)	٦	٧	٩
G- دليل شؤون الموظفين	(٤-٨)	١١	١٢	١٤
H- صلاحيات وظيفية	(٦-٨)	٦	٨	١١
I- دورة مستنديه لشؤون الموظفين	(٨-١٠)	٥	٧	٨
K- نظام البريد والمراسلات	(١٠-١٢)	٩	١٠	١٢
L- نظام الرواتب والأجور	(٤-٧)	١٣	١٥	١٨
M- دليل الحسابات	(٣-٥)	١٨	٢١	٢٢
N- شرح دليل الحسابات	(٥-٩)	٩	١٢	١٣
O- السياسات والإجراءات المحاسبية	(٩-١١)	٧	٨	١٠
P- نشاط وهمي	(١٠-٧)	٠	٠	٠
R- الدورة المستندية المالية	(١١-١٢)	١١	١٢	١٤
Q- اللائحة المالية	(١٠-١١)	٤	٥	٧
S - نظام المخازن والمستودعات	(٧-١٢)	١٧	٢٠	٢١

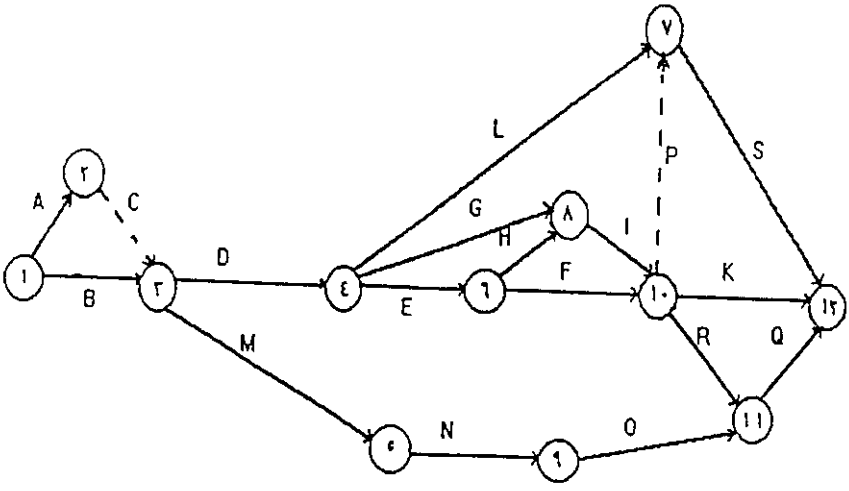
- إن أزمنة تنفيذ النشاطات معطاة بالأيام الفعلية للعمل، ومحسوبة على أساس أن أسبوع العمل يتضمن ٤٠ ساعة عمل.

لقد تم إعداد التقديرات الزمنية لتنفيذ المراحل المختلفة للمشروع مع الأخذ بعين الاعتبار أن المرحلة التمهيدية ومرحلة وضع النظم تتعلق بوضع التصورات العامة عن النظام الإداري والمالي، وما يتفرع عنهما من لوائح، وذلك بعد مقابلة المسؤولين عن إدارة الشركة والوقوف على وجهة نظرهم في الوضع الحاضر وملاحظاتهم حوله، وتلمس توجهاتهم للمستقبل وكذلك استشراف تصوراتهم للأنظمة التي تحقق رغباتهم، ويعتقدون أنها تساعدهم في أداء، أعمالهم أو تحسن من مستوى هذا الأداء. وكذلك دراسة الوثائق والأنظمة والإجراءات الإدارية والمالية والمحاسبية والتسويقية، أو أي إجراءات تنظيمية أخرى تم اتخاذها حتى الآن. وكذلك روعي في التقديرات الزمنية الفترة المحددة الواجب إعطاؤها للشركة المساهمة لدراسة تلك الأنظمة والإجراءات المنتهية، وإبداء رأيها وملاحظاتها ومقترحاتها مكتوبة في خلال فترة زمنية محددة، إذ يتوقف عليها إعداد باقي أجزاء النظام. ولإنجاز المهمة في الوقت المحدد، ينبغي معرفة علاقات الأسبقية والتتابع والتزامن بين الأجزاء المختلفة للنظام ليتم على ضوء ذلك رسم شبكة أعمال المشروع التي توضح هذه العلاقات بين نشاطات المشروع (أجزاء النظام)، وكيفية اعتمادها بعضها على بعض.

بناء شبكة الأعمال

بعد أن توافرت مختلف البيانات الضرورية، وتم حصر جميع النشاطات الضرورية لإنجاز العرض، بهدف تقديمه للشركة، انطلقنا من حدث البداية، وهو المرحلة التمهيدية، ومرحلة وضع التصورات العامة عن النظام الإداري والمالي، وتابعنا أدراجنا وفق تسلسل زمني وتتابع منطقي بحثا عن النشاطات اللاحقة مباشرة حتى حدث النهاية، وهو نظام المخازن والمستودعات، ونظام البريد والمراسلات والدورة المستندية المالية. وبعد إعداد التمثيل الشبكي للمشروع بدأنا في ترقيم أحداث الشبكة مراعين في الترقيم التسلسل المنطقي للنشاطات المتتابعة وفق ترتيب زمني تصاعدي حسب الأولوية في تنفيذ النشاط ،لذلك

أعطينا حدث البداية الرقم واحد، وبعد استبعاده وكل النشاطات اللاحقة مباشرة كان البحث عن الأحداث التي تظهر وكأنها أحداث بداية بعد الحذف المذكور، وأعطيناها الأرقام المتتالية إلى أن وصلنا إلى حدث النهاية في المخطط الشبكي والذي أعطيناه الرقم ١٢، كما يتضح من الشكل رقم (٤).



الشكل رقم (٤). شبكة أعمال المشروع.

الأزمنة المتوقعة لتنفيذ النشاطات وتبايناتها باستخدام التوزيعات الاحتمالية الثلاثة

تم التوصل إلى حساب الزمن المتوقع لتنفيذ كل نشاط من أنشطة المشروع وكذلك تم حساب التباين لكل نشاط من أنشطة المشروع بهدف قياس عدم الدقة في التقديرات الزمنية المحسوبة بوساطة الصيغ المختلفة للتوزيعات الاحتمالية الثلاثة، وذلك كما هو موضح في الجدول رقم (٢).

الجدول رقم (٢). الأزمنة المتوقعة لتنفيذ النشاطات وتبايناتها محسوبة باستخدام التوزيعات الاحتمالية الثلاثة.

النشاط	a	m	b	الزمن المتوقع (بيتا)	الزمن المتوقع (المثلثي)	التباين (بيتا)	الزمن المتوقع (المتدرج)	التباين (المثلثي)	التباين (المتدرج)
A	١٤	١٥	١٧	١٥,١٧	١٥,٣	٠,٢٥	١٥,٤٢	٠,٣٩	٠,٥٨
B	٢٥	٢٨	٣٠	٢٧,٨٣	٢٧,٧	٠,٦٩	٢٧,٥٨	١,٠٦	١,٥٨
C	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
D	١٢	١٥	١٧	١٤,٨٣	١٤,٧	٠,٦٩	١٤,٥٨	١,٠٦	١,٥٨
E	٨	١٠	١١	٩,٨٣	٩,٦٧	٠,٢٥	٩,٥٨٣	٠,٣٩	٠,٥٨
F	٦	٧	٩	٧,١٦٧	٧,٣٣	٠,٢٥	٧,٤١٧	٠,٣٩	٠,٥٨
G	١١	١٢	١٤	١٢,١٧	١٢,٣	٠,٢٥	١٢,٤٢	٠,٣٩	٠,٥٨
H	٦	٨	١١	٨,١٦٧	٨,٣٣	٠,٦٩	٨,٤١٧	١,٠٦	١,٥٨
I	٥	٧	٨	٦,٨٣٣	٦,٦٧	٠,٢٥	٦,٥٨٣	٠,٣٩	٠,٥٨
K	٩	١٠	١٢	١٠,١٧	١٠,٣	٠,٢٥	١٠,٤٢	٠,٣٩	٠,٥٨
L	١٣	١٥	١٨	١٥,١٧	١٥,٣	٠,٦٩	١٥,٤٢	١,٠٦	١,٥٨
M	١٨	٢١	٢٢	٢٠,٦٧	٢٠,٣	٠,٤٤	٢٠,١٧	٠,٧٢	١,٠٦
N	٩	١٢	١٣	١١,٦٧	١١,٣	٠,٤٤	١١,١٧	٠,٧٢	١,٠٦
O	٧	٨	١٠	٨.١٦٧	٨,٣٣	٠,٢٥	٨,٤١٧	٠,٣٩	٠,٥٨
P	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
R	١١	١٢	١٤	١٢,١٧	١٢,٣	٠,٢٥	١٢,٤٢	٠,٣٩	٠,٥٨
Q	٤	٥	٧	٥,١٦٧	٥,٣٣	٠,٢٥	٥,٤١٧	٠,٣٩	٠,٥٨
S	١٧	٢٠	٢١	١٩,٦٧	١٩,٣	٠,٤٤	١٩,١٧	٠,٧٢	١,٠٦

المسار الحرج والزمن الكلي لتنفيذ المشروع

بعد الانتهاء من رسم شبكة أعمال المشروع ينبغي البحث عن المسار الأطول للشبكة من نقطة بدايتها حتى نقطة النهاية، إذ أن من الضروري إنجاز المشروع في التوقيت المحدد، ووفق الجدول الزمني المخطط. وهذا التوقيت لا يمكن أن يقل عن مجموع الأزمنة التي يتطلبها اجتياز المسار الحرج. ولقد اعتمدنا في تحديد المسار الحرج على أكثر الأوقات تبكيرا للحدث Earliest Possible Event Times [٤ ؛ ص٢١١]. وأكثر الأوقات تأخيرا للحدث

Latest Allowable Event Time. وقد تم حساب اكثر الأوقات تبكيرا بالنسبة لجميع النشاطات التي تبدأ بالحادث i بموجب العلاقة التالية :

$$ES_j = \max[ESi + Dij], i \le j, 1 \le j \le n+1 \quad (٢٨)$$

أما حساب أكثر الأوقات تأخيرا بالنسبة لجميع النشاطات التي تنتهي بالحدث J ، فيتم بعملية عكسية تماما حيث نبدأ بحدث النهاية في شبكة الأعمال ، وننتهي بحدث البداية ، ويحسب بموجب العلاقة التالية [٥ ؛ ص ٢١٢]:

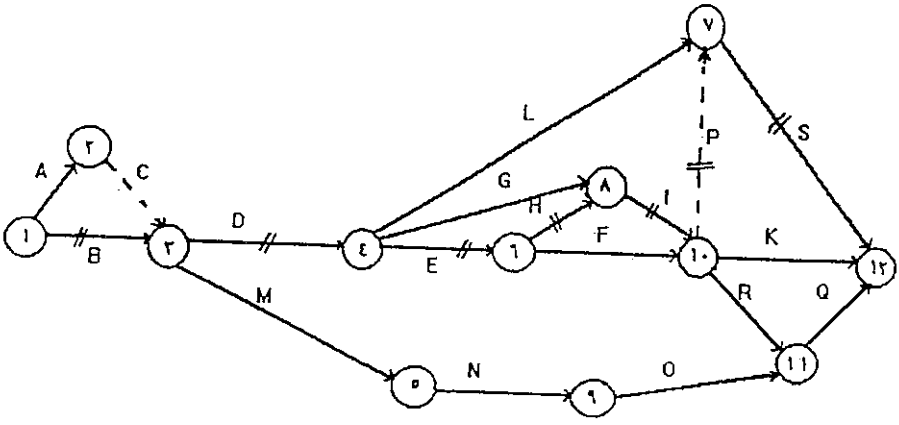
$$LF_i = \min_j[LFj - Dij], i \le j, 0 \le i \le n+1 \quad (٢٩)$$

وبما أن الهدف الأساسي من الحسابات السابقة هو تعيين المسار الحرج للمشروع ليوجه إليه الاهتمام من خلال عملية التنفيذ ، لأن تحقيق مجمل المشروع يرتبط بحسن سير تنفيذ نشاطات ذلك المسار. وبشكل عام يقع النشاط (i, j) على المسار الحرج إذا توافرت فيه الشروط الثلاثة التالية :

$$\begin{aligned} &ESi = LFi, \\ &ESj = LFj, \\ &ESj - ESi = LFj - LFi = Dij, \end{aligned} \quad (٣٠)$$

حيث Dij تمثل الفترة الزمنية المتوقعة اللازمة لتنفيذ النشاط (i, j)، والمحسوبة باستخدام التوزيعات الاحتمالية المذكورة سابقا. وبتطبيق الصيغ السابقة على شبكة أعمال المشروع نلاحظ أن هناك مسارا حرجا واحدا يتألف من النشاطات التالية : B-D-E-H-I-P-S ومن طول المسار الحرج نحصل على الفترة الكلية اللازمة لإنجاز المشروع (مجموع فترات تنفيذ النشاطات على المسار الحرج). وقد بلغت هذه الفترة 87.17 يوم/عمل ، وبتباين يساوي 3.01 يوم عمل (مجموع تباينات فترات تنفيذ النشاطات الواقعة على المسار الحرج) ، وذلك عند استخدامنا للزمن المتوقع لتنفيذ النشاط المحسوب بواسطة توزيع بيتا. وباستخدام الزمن المتوقع المحسوب بواسطة التوزيع المثلثي بلغت هذه الفترة 86.37 يوم عمل ، وبتباين يساوي 4.68 يوم عمل ، في حين بلغت الفترة الكلية اللازمة لتنفيذ المشروع عند استخدامنا للتوزيع المتدرج 85.91 يوم عمل وبتباين يساوي 6.96 يوم عمل.

والشكل رقم (٥) يمثل شبكة أعمال المشروع موضحا عليها النشاطات الحرجة، وقد تم تمييزها بعلامة //.



الشكل رقم (٥). شبكة أعمال المشروع موضحا عليها النشاطات الحرجة مميزة بعلامة //.

الفترات المجالية للأحداث ولنشاطات المشروع

إن النشاطات الحرجة للمشروع تفتقر إلى الفترات المجالية، ولإمكانية التذبذب الممكنة لموعد حدوث الحدث والتي تتمتع بها النشاطات غير الحرجة، حيث يسمى الفرق بين أكثر الأوقات تبكيرا للحدث Esi وأكثر الأوقات تأخيرا للحدث LFi الفائض الزمني للحدث. ولتحديد الفائض الزمني للنشاط لابد من معرفة الوقت المتأخر لبدايته LSij، والوقت المبكر لنهايته EFij. ويحسب فائض النشاط Fij (أو الفائض الإجمالي TFij) بموجب العلاقات التالية:

$$Fij = LFij - ESij - Dij$$

$$Fij = LSij - ESij \qquad (٣١)$$

$$Fij = LFij - EFij$$

ويمكن تأخير تنفيذ أي نشاط بمقدار الفسحة المجالية (الفائض الزمني)، التي يتمتع بها هذا النشاط دون أن يؤثر ذلك في موعد النهاية للمشروع ككل، لكن هذا التأخير قد يحرم النشاط اللاحق له من الفائض الزمني الخاص به. وهناك نوع آخر من الفائض الزمني للنشاط، يدعى الفائض الحر، ويحسب بموجب العلاقة:

$$FFij = ESj - ESi - Dij \quad (٣٢)$$

ويمكن تأخير تنفيذ أي نشاط بمقدار الفسحة المجالية الحرة التي يتمتع بها دون إرباك تنفيذ الحدث اللاحق. فمثلا النشاط (٦-١٠)، والذي يمثل التوصيف الوظيفي نجد أن أبكر وقت ممكن لتنفيذه باستخدام توزيع بيتا هو ٥٢,٥ يوم عمل اعتبارا من تاريخ البدء بالمشروع. كما أن أكثر الأوقات تأخيرا لتنفيذه هو ٦٠,٣٣ يوم عمل، مع العلم أن تنفيذ هذا العمل يستغرق ٧,٨٣ يوم عمل، ولكن يمكن تأخيره بمقدار ٧,٨٣ يوم عمل، وهو مقدار الفائض الزمني الكلي الذي يتمتع به هذا النشاط دون أن يؤثر ذلك في موعد النهاية للمشروع ككل وفي الوقت نفسه سوف لن يحرم هذا التأخير النشاطات اللاحقة له والمتمثلة في إعداد نظام البريد والمراسلات، وكذلك إعداد الدورة المستندية المالية من الفسحة الزمنية الخاصة بكل منهما. والسبب في ذلك هو أن هذا النشاط يملك فائضا زمنيا حرا بمقدار ٧,٨٣ يوم عمل.

أما النشاط (٣-٥)، والذي يمثل إعداد دليل الحسابات للشركة، فيمكن تأخيره بمقدار الفائض الزمني الكلي الذي يتمتع به، ويعادل ٦,٦٦ يوم عمل دون أن يؤثر هذا التأخير في الموعد المقرر لإنهاء المشروع (كل الأنظمة) لكن هذا التأخير سيحرم النشاط اللاحق - والمتمثل في شرح دليل الحسابات - من الفسحة الزمنية التي يتمتع بها، وسيصبح نشاطا حرجا. كما نرى أن الفائض الزمني الإجمالي والحر للنشاط (٦-١٠)، والمتمثل بالتوصيف الوظيفي قد بلغ ٧,٦٧، و٧,٥٨ يوم عمل، وذلك باستخدام التوزيعين المثلثي والمتدرج، في حين نرى أن الفائض الزمني الإجمالي المرتبط بالنشاط (٣-٥) والمتمثل بإعداد دليل الحسابات قد تجاوز ١٣ يوم عمل، مما يشير إلى

إمكانية التأخير في البدء بإعداد دليل الحسابات دون أن يؤثر هذا التأخير في موعد النهاية للمشروع مقابل ٦,٦٦ يوم عمل بالنسبة لتوزيع بيتا.

و أخيرا نلاحظ أنه بالنسبة لجميع النشاطات الحرجة هناك تطابق بين الفائض الزمني الإجمالي، والفائض الزمني الحر.ويوضح الجدول رقم (٣) الفائض الزمني الإجمالي والحر لنشاطات المشروع، وباستخدام توزيع بيتا. أما الفوائض الزمنية المحسوبة بواسطة التوزيعين الآخرين فستأتي في نهاية البحث الملحق رقم (١).

الجدول رقم (٣). الفائض الزمني الإجمالي والحر لأنشطة المشروع باستخدام توزيع بيتا.

رمز النشاط	I	J	Dij	ESij	LSij	EFij	LFij	TFij	FFij	أنشطة حرجة
A	1	2	15.17	0.00	12.66	15.17	27.83	12.66	0.00	
B	1	3	27.83	0.00	0.00	27.83	27.83	0.00	0.00	*
C	2	3	0.00	15.17	27.83	15.17	27.83	12.66	12.66	
D	3	4	14.83	27.83	27.83	42.67	42.66	0.00	0.00	*
E	4	6	9.833	42.67	42.66	52.50	52.50	0.00	0.00	*
F	6	10	7.167	52.50	60.33	59.67	67.50	7.83	7.83	
G	4	8	12.17	42.67	48.50	54.83	60.66	5.83	5.83	
H	6	8	8.167	52.50	52.50	60.67	60.66	0.00	0.00	*
I	8	10	6.833	60.66	60.67	67.50	67.50	0.00	0.00	*
K	10	12	10.17	67.50	77.00	77.67	87.17	9.50	9.50	
L	4	7	15.17	42.66	52.33	57.83	67.50	9.66	9.66	
M	3	5	20.67	27.83	34.50	48.50	55.17	6.66	0.00	
N	5	9	11.67	48.50	66.83	60.17	55.17	6.66	0.00	
O	9	11	8.167	60.17	66.83	68.33	75.00	6.66	4.32	
P	10	7	0.00	67.50	67.50	67.50	67.50	0.00	0.00	*
R	10	11	12.17	67.50	69.83	72.67	75.00	2.33	0.00	
Q	11	12	5.167	72.66	75.00	84.83	87.17	2.33	0.00	
S	7	12	19.67	67.50	67.50	87.17	87.17	0.00	0.00	*

مقارنة التقديرات المحسوبة طبقا للتوزيعات الاحتمالية المختلفة لأزمنة تنفيذ النشاطات

لدى مقارنة القيم والنتائج التي حصلنا عليها باستخدام الصيغ المختلفة للتوزيعات الاحتمالية الثلاثة (بيتا- المثلثي- المتدرج)، نلاحظ أن غالبية التقديرات الزمنية لنشاطات المشروع تتحدد وفق العلاقة التالية:

$$m \le \frac{a+b}{2} \qquad (٣٣)$$

والتي من أجلها تكون العلاقة التالية محققة:

$$\mu(\beta) \le \mu(m) \le \mu(s) \qquad (٣٤)$$

أما التقديرات الزمنية التي لا تحقق العلاقة $m \le \frac{a+b}{2}$ فهي التقديرات الزمنية الخاصة بالنشاطات التالية: B-D-E-I-M-N-S، والتي من أجلها نجد أن القيم المتوقعة المحسوبة بوساطة توزيع بيتا، هي أكبر من القيم المتوقعة المحسوبة بوساطة التوزيعين الآخرين. وبمقارنة القيم المتوقعة لهذه النشاطات نلاحظ تحقق ما يلي:

$$\mu(s) \le \mu(m) \le \mu(\beta) \qquad (٣٥)$$

حيث:

$\mu(\beta)$ الزمن المتوقع لتنفيذ نشاط ما، والمحسوب بواسطة توزيع بيتا.

$\mu(m)$ الزمن المتوقع لتنفيذ نشاط ما، والمحسوب بواسطة التوزيع المثلثي.

$\mu(s)$ الزمن المتوقع لتنفيذ نشاط ما، والمحسوب بواسطة التوزيع المتدرج.

مما تقدم نستنتج ما يلي:

١ - بالنسبة لتوزيع بيتا تكون الفترة الكلية اللازمة لإنجاز المهمة هي 87.17 يوم/عمل.

٢ - عند التوزيع المثلثي لأزمنة النشاطات تكون الفترة الكلية اللازمة لإنجاز المهمة هي 86.37 يوم/عمل وهي منخفضة تجاه الحساب باستخدام توزيع بيتا.

٣ - عند التوزيع المتدرج لأزمنة النشاطات تكون الفترة الكلية اللازمة لإنجاز المهمة هي 85.91 يوم/عمل وهي منخفضة مقارنة بالفترة الكلية المحسوبة بوساطة التوزيعين السابقين.

٤- إن المسار الحرج بالنسبة للحسابات الثلاثة يمر بالأحداث نفسها، لكن مدة تنفيذ النشاطات الحرجة التي تحوي هذه الأحداث تزداد في توزيع بيتا تجاه فترة النشاطات نفسها بالنسبة للتوزيعين الآخرين اللذين يعطيان نتائج أفضل فيما يتعلق بحساب الفترة الكلية اللازمة لتنفيذ المشروع للوهلة الأولى.

٥ - إن الفوائض الزمنية الإجمالية والحرة المحسوبة باستخدام التوزيعين المثلثي والمتدرج تعطيان مرونة أكبر في التأخير ببدء تنفيذ النشاط دون أن يؤثر ذلك في الموعد المقرر لتنفيذ المشروع، مقارنة بتلك المحسوبة باستخدام توزيع بيتا.

٦- إن تباين أزمنة تنفيذ النشاطات في التوزيع المثلثي أكبر منها في توزيع بيتا، وهذا يعني أن عدم التأكد أكبر، أي أن التقديرين المتفائل والمتشائم بعضهما أبعد عن بعض. وكذلك نجد أن التباينات المحسوبة بواسطة التوزيع المتدرج أكبر بكثير من التباينات المحسوبة بواسطة التوزيع المثلثي والتباينات المحسوبة بواسطة توزيع بيتا، وذلك من أجل جميع النشاطات اللازمة لتنفيذ المشروع أي:

$$\sigma(\beta)^2 \le \sigma^2(m) \le \sigma^2(s) \qquad (٣٦)$$

إن ملاحظة التباينات الثلاثة تجعلنا نصل إلى نتيجة هي أن الحسابات على أساس توزيع بيتا في مثالنا تعطي نتائج أفضل من الحسابات على أساس التوزيع المثلثي والتوزيع المتدرج وهذه النتائج ليست محكومة بالوضع: $m \le \frac{a+b}{2}$، كما كان الحال عند مقارنتنا للقيم المتوقعة المحسوبة بوساطة الصيغ المختلفة، ولا تعود لتقديرات المتخصصين أو لطبيعة النشاطات المراد تقدير الأزمنة اللازمة لتنفيذها، مما يؤكد تفوق توزيع بيتا بشكل واضح على التوزيعات الاحتمالية الأخرى. ولكن في حالات خاصة يؤدي استخدام التوزيع المثلثي والمتدرج لنتائج أفضل (من حيث الزمن المتوقع لإنجاز المشروع) . كما أن الصيغ المستخدمة لحساب القيم المتوقعة والتباينات تكون أكثر دقة من الصيغ المستخدمة في توزيع بيتا، وذلك بسبب افتراض قيم خاصة لكل من q وp، وهذا غير متبع في التوزيعين الآخرين.

احتمال التقيد بالمواعيد المحددة للتنفيذ

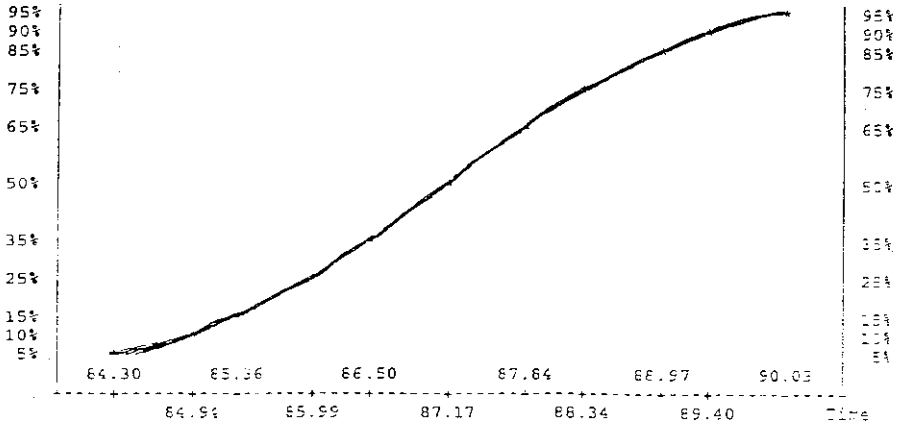
عند تحديدنا للمسار الحرج على شبكة أعمال المشروع وجدنا أن أكثر الأوقات تأخيرا لتحقيق حدث النهاية هو الوقت نفسه الذي يمكن معه الانتهاء من تنفيذ المشروع وفق أسلوب بيرت. وهذا الوقت إما أن يتطابق مع الزمن المقرر مسبقا لإنجاز المشروع، أو ينقص عنه أو يزيد . وتواجهنا المشكلة عندما تزيد فترة إنجاز المشروع عن الفترة المقررة لإنجازه، وهنا يجب ضغط فترة تنفيذ النشاطات الواقعة على المسار الحرج، وذلك بإجراء مناقلات في الموارد بين نشاطات الشبكة والمتمثلة هنا بزيادة عدد الفريق الباحث المكلف بإعداد الأنظمة التي لا تحتمل أي تأخير في فترة تنفيذها لكونها نشاطات حرجة. ولتقدير احتمال تنفيذ المشروع في فترة معينة أو تقدير فترة تنفيذ المشروع التي تقابل احتمالا معينا نستخدم الصيغة التالية:

$$Z = \frac{T - \mu}{\sqrt{\sigma_T^{\,2}}} \qquad (٣٧)$$

حيث:

- T تمثل الزمن المتوقع المرغوب لإنجاز المشروع (فترة تنفيذ المسار الحرج).
- μ تمثل مجموع القيم المتوقعة لفترات تنفيذ النشاطات الواقعة على المسار الحرج.
- σ_T^2 تمثل مجموع تباين فترات تنفيذ النشاطات الحرجة .

ويتطبيق ذلك على مثالنا نجد أن احتمال تنفيذ المهمة (إعداد الأنظمة المالية والإدارية) خلال ٨٨ يوم عمل يعادل ٦٤,٤٪. كما أن احتمال الانتهاء من تنفيذ هذه المهمة خلال ٩٠ يوما يعادل ٩٤,٨٣٪، في حين أن الاحتمال المقابل لإمكانية تنفيذ المشروع في ٩٢ يوم عمل تساوي ٩٩,٧٣٪؛ كما يوضحها التوزيع الاحتمالي للمواعيد المحددة لتنفيذ المشروع في الشكل البياني رقم (٦).



الشكل رقم (٦). التوزيع الاحتمالي للمواعيد المحددة لتنفيذ المشروع.

بعض الحالات الخاصة

هناك حالات خاصة يؤدي استخدام التوزيع المثلثي والتوزيع المتدرج فيها لنتائج أفضل من حيث الزمن المتوقع لإنجاز المشروع، نوردها فيما يلي: حالة كون $m > \frac{a+b}{2}$ أي أن الشخص المتخصص في بإعطاء التقديرات الزمنية اللازمة لإنجاز النشاطات يكون من النوع:

- أولا: المتحفظ، ليس متشائما ولا يميل إلى التفاؤل، بحيث يعطي ترجيحا أكبر لزمن تنفيذ النشاط الأكثر احتمالا، وفي هذه الحالة تكون $\mu(s) < \mu(\beta)$ دوما.

- ثانيا: المتحفظ، ولكن يميل للتفاؤل أكثر أي أن $(b-m < m-a)$ وفي هذه الحالة تكون: $\mu(s) < \mu(m) < \mu(\beta)$.

وفي النتيجة يكون الزمن المتوقع لإنجاز المشروع (فترة تنفيذ المسار الحرج) أقل.

٥ – مثال تطبيقي[٢]

بفرض أن النشاطات اللازمة لبناء منزل [٥ ؛ ص٢٠٨]، والوقت المتوقع لتنفيذ كل نشاط (أزمنة افتراضية) موضحة في الجدول رقم (٤).

الجدول رقم (٤). التقديرات[١] الزمنية الثلاثة لكل مرحلة من مراحل بناء المنزل.

اسم النشاط	رمز النشاط	الزمن المتفائل			الزمن الأكثر احتمالا			الزمن المتشائم		
١- حفر الآبار وإرساء الأساسات	(١-٢)	٦	٦	٥	١٠	١٠	٩	١٤	١٣	١٢
٢- إقامة الأعمدة والأسقف	(٢-٣)	٢	٢	٥	٣	٣	٨	١٠	١٠	١٠
٣- إقامة الجدران	(٣-٤)	١٦	١٦	١٧	٢٠	٢٠	٢١	٢٤	٢٣	٢٤
٤-تركيب المواسير الخارجية	(٢-٧)	٨	٨	٩	١٠	١٠	١١	٢٤	١١	١٢
٥- أعمال النجارة	(٣-٦)	١٢	١٢	١٢	١٦	١٦	١٦	٣٢	١٩	٢١
٦-أعمال تكييف الهواء	(٤-٥)	٧	٧	٧	١٠	١٠	١٠	١٣	١٢	١٢
٧- تركيب المواسير الداخلية	(٤-٧)	١٤	١٤	١٥	٢٠	٢٠	٢٠	٢٦	٢٥	٢٤
٨- التوصيلات الكهربائية	(٤-٨)	١٠	١٠	١٠	١٩	١٩	١٩	٢٢	٢٢	٢٢
٩- أعمال السمكرة	(٥-٨)	٢	٢	٢	٤	٤	٤	٦	٦	٥
١٠- فحص المواسير	(٧-٨)	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢
١١- الطلاء الخارجي	(٦-١٠)	١٢	٨	٨	١٣	١٢	١٢	٢٠	١٥	١٤
١٢- إنهاء أعمال النجارة	(٨-٩)	٣	٣	٤	٦	٦	٦	٩	٨	٧
١٣- توصيل الكهرباء	(١٠-١١)	١٠	١٠	١١	١٥	١٥	١٥	٢٦	١٨	١٧
١٤- الطلاء الداخلي	(٩-١١)	١٤	١٤	١٣	١٨	١٨	١٧	٢٢	٢١	٢٠
١٥- نشاط وهمي .	(٥-٦)	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠

(١) لقد تم إعطاء كل من الزمن المتفائل والزمن الأكثر احتمالا والزمن المتشائم ثلاث قيم مختلفة (يمكن اعتبارها ثلاثة أمثلة تطبيقية مختلفة)، وذلك بهدف مقارنة التقديرات المحسوبة بوساطة التوزيعات الاحتمالية المختلفة.

وبحساب القيمة المتوقعة لفترة تنفيذ المسار الحرج (زمن تنفيذ المشروع)، وكذلك تباين فترة تنفيذ المسار الحرج بموجب الصيغ المختلفة للتوزيعات الاحتمالية محل البحث، ومن أجل القيم المختلفة لكل تقدير زمني والمعطاة في المثال نلاحظ ما يلي:

١- في الحالة الأولى بما أن غالبية التقديرات الزمنية كانت محكومة بالوضع $m \le \frac{a+b}{2}$ فإنه تحقق العلاقة: $\mu(\beta) \le \mu(m) \le \mu(s)$, بالنسبة لجميع النشاطات باستثناء التقدير الزمني المعطى للنشاط رقم ٨، والذي من أجله كانت التقديرات الزمنية على النحو: $m > \frac{a+b}{2}$، وبالتالي كان زمن تنفيذ المشروع بالطرق الثلاث متساويا.

٢ - في الحالة الثانية والثالثة تم إعطاء ترجيح أكبر للزمن الأكثر احتمالا بالنسبة لجميع النشاطات حيث كانت التقديرات الزمنية محكومة بالوضع : $m > \frac{a+b}{2}$ فنجد تحقق العلاقة : $\mu(s) < \mu(m) < \mu(\beta)$ ، وبالتالي كان زمن تنفيذ المشروع أقل بالنسبة للحسابات التي تمت وفقا للتوزيعين المثلثي والمتدرج.

٣ - في الحالات الثلاث كان تباين أزمنة تنفيذ النشاطات المحسوبة باستخدام توزيع بيتا هي الأقل، مما يؤكد مرة أخرى تفوق توزيع بيتا.

وسوف نورد الحسابات التفصيلية للمثال في نهاية البحث الملحق رقم (٢).

الملحق رقم (١)

الجدول رقم (٥). الفائض الزمني الإجمالي والحر لأنشطة المشروع باستخدام التوزيع المثلثي.

رمز النشاط	I	J	Dij	ESij	LSij	EFij	LFij	TFij	FFij	نشاطات حرجة
A	1	2	15.30	0.00	12.40	15.30	27.70	12.40	0.00	
B	1	3	27.70	0.00	0.00	27.70	27.70	0.00	0.00	*
C	2	3	0.00	15.30	27.70	15.30	27.70	12.40	12.40	
D	3	4	14.70	27.70	27.70	42.40	42.40	0.00	0.00	*
E	4	6	9.67	42.40	42.40	52.07	52.07	0.00	0.00	*
F	6	10	7.33	52.07	60.33	59.74	67.07	7.67	7.67	
G	4	8	12.33	42.40	48.10	54.70	60.40	5.70	5.67	
H	6	8	8.33	52.07	52.07	60.40	60.40	0.00	0.00	*
I	8	10	6.67	60.40	60.40	67.07	67.07	0.00	0.00	*
K	10	12	10.30	67.07	76.07	77.37	86.37	9.00	9.00	
L	4	7	15.30	42.40	51.77	57.70	67.05	9.37	9.37	
M	3	5	20.30	27.70	41.11	48.00	61.41	13.41	0.00	
N	5	9	11.30	48.00	61.41	59.30	72.71	13.41	0.00	
O	9	11	8.33	59.30	72.71	67.63	81.04	13.41	11.74	
P	10	7	0.00	67.07	67.07	67.07	67.07	0.00	0.00	*
R	10	11	12.30	67.07	68.74	79.37	81.04	2.33	0.00	
Q	11	12	5.33	79.37	81.04	84.70	86.37	1.67	1.67	
S	7	12	19.30	67.07	67.07	86.37	86.37	0.00	0.00	*

الجدول رقم (٦). الفائض الزمني الإجمالي والحر لأنشطة المشروع باستخدام التوزيع المتدرج.

رمز النشاط	I	J	Dij	ESij	LSij	EFij	LFij	TFij	FFij	أنشطة حرجة
A	1	2	15.42	0.00	12.16	15.42	27.58	12.16	0.00	
B	1	3	27.58	0.00	0.00	27.58	27.58	0.00	0.00	*
C	2	3	0.00	15.42	27.58	15.42	27.58	12.16	12.16	
D	3	4	14.58	27.58	27.58	42.16	42.16	0.00	0.00	*
E	4	6	9.58	42.16	42.16	51.74	51.74	0.00	0.00	*
F	6	10	7.417	51.74	59.33	59.16	66.74	7.58	7.58	
G	4	8	12.42	42.16	47.74	54.58	60.16	5.58	5.58	
H	6	8	8.417	51.74	51.74	60.16	60.16	0.00	0.00	*
I	8	10	6.583	60.16	60.16	66.74	66.74	0.00	0.00	*
K	10	12	10.42	66.74	75.49	77.16	85.91	8.75	8.75	
L	4	7	15.42	42.16	51.32	57.58	66.74	9.16	9.16	
M	3	5	20.17	27.58	40.73	47.75	60.90	13.16	0.00	
N	5	9	11.17	47.75	60.90	58.92	72.08	13.16	0.00	
O	9	11	8.417	58.92	72.08	67.34	80.49	13.16	11.82	
P	10	7	0.00	66.74	66.74	66.74	66.74	0.00	0.00	*
R	10	11	12.42	66.74	68.07	79.16	80.49	1.33	0.00	
Q	11	12	5.417	79.16	80.49	84.58	85.91	1.33	1.33	
S	7	12	19.17	66.74	66.74	85.91	85.91	0.00	0.00	*

الملحق رقم (٢)

الجدول رقم (٧). الأزمنة الاحتمالية النشاطات وتبايناتها محسوبة باستخدام التوزيعات الاحتمالية الثلاثة.

a	m	b	μ (β)	μ (m)	μ (s)	التباين (بيتا)	التباين (المثلثي)	التباين (المتدرج)	القيمة المتوقعة (بيتا) الحرجة	القيمة المتوقعة (المثلثي) الحرجة	القيمة المتوقعة (المتدرج) الحرجة	التباين (بيتا) للنشاطات الحرجة	التباين (المثلثي) للنشاطات الحرجة	التباين (المتدرج) للنشاطات الحرجة
6.00	10.00	14.00	10.00	10.00	10.00	1.78	2.67	4.00	10.00	10.00	10.00	1.78	2.67	4.00
2.00	3.00	10.00	4.00	5.00	5.50	1.78	3.17	4.50	4.00	5.00	5.50	1.78	3.17	4.50
16.00	20.00	24.00	20.00	20.00	20.00	1.78	2.67	4.00	20.00	20.00	20.00	1.78	2.67	4.00
8.00	10.00	24.00	12.00	14.00	15.00	7.11	12.67	18.00						
12.00	16.00	32.00	18.00	20.00	21.00	11.11	18.67	27.00						
7.00	10.00	13.00	10.00	10.00	10.00	1.00	1.50	2.25						
14.00	20.00	26.00	20.00	20.00	20.00	4.00	6.00	9.00						
10.00	19.00	22.00	18.00	17.00	16.50	4.00	6.50	9.50	18.00	17.00	16.50	4.00	6.50	9.50
2.00	4.00	6.00	4.00	4.00	4.00	0.44	0.67	1.00						
2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00	0.00	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00	0.00
12.00	13.00	20.00	14.00	15.00	15.50	1.78	3.17	4.50						
3.00	6.00	9.00	6.00	6.00	6.00	1.00	1.50	2.25	6.00	6.00	6.00	1.00	1.50	2.25
10.00	15.00	26.00	16.00	17.00	17.50	7.11	11.17	16.50						
14.00	18.00	22.00	18.00	18.00	18.00	1.78	2.67	4.00	18.00	18.00	18.00	1.78	2.67	4.00
									78.00	78.00	78.00	12.11	19.17	28.25

ملاحظة: بالنسبة للنشاط (٨) تلاحظ إن $m \rangle \frac{a+b}{2}$ ؛ لذلك نجد تحقق العلاقة : $\mu(s) \langle \mu(m) \langle \mu(\beta)$

كما نلاحظ أن زمن تنفيذ المشروع (زمن المسار الحرج) هو نفسه بالطرق الثلاث.

الجدول رقم (٨). الأزمنة الاحتمالية لتنفيذ النشاطات وتبايناتها محسوبة باستخدام التوزيعات الاحتمالية الثلاثة.

a	m	b	μ (β)	μ (m)	μ (s)	التباين (بيتا)	التباين (المثلثي)	التباين (المتدرج)	القيمة المتوقعة (بيتا) الحرجة	القيمة المتوقعة (المثلثي) الحرجة	القيمة المتوقعة (المتدرج) الحرجة	التباين (بيتا) للنشاطات الحرجة	التباين (المثلثي) للنشاطات الحرجة	التباين (المتدرج) للنشاطات الحرجة
6.00	10.00	13.00	9.83	9.67	9.58	1.36	2.06	3.08	9.83	9.67	9.58	1.36	2.06	3.08
2.00	3.00	10.00	4.00	5.00	5.50	1.78	3.17	4.50	4.00	5.00	5.50	1.78	3.17	4.50
16.00	20.00	23.00	19.83	19.67	19.58	1.36	2.06	3.08	19.83	19.67	19.58	1.36	2.06	3.08
8.00	10.00	11.00	9.83	9.67	9.58	0.25	0.39	0.58						
12.00	16.00	19.00	15.83	15.67	15.58	1.36	2.06	3.08						
7.00	10.00	12.00	9.83	9.67	9.58	0.69	1.06	1.58						
14.00	20.00	25.00	19.83	19.67	19.58	3.36	5.06	7.58						
10.00	19.00	22.00	18.00	17.00	16.50	4.00	6.50	9.50	18.00	17.00	16.50	4.00	6.50	9.50
2.00	4.00	6.00	4.00	4.00	4.00	0.44	0.67	1.00						
2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00	0.00	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00	0.00
8.00	12.00	15.00	11.83	11.67	11.58	1.36	2.06	3.08						
3.00	6.00	8.00	5.83	5.67	5.58	0.69	1.06	1.58	5.83	5.67	5.58	0.69	1.06	1.58
10.00	15.00	18.00	14.67	14.33	14.17	1.78	2.72	4.06						
14.00	18.00	21.00	17.83	17.67	17.58	1.36	2.06	3.08	17.83	17.67	17.58	1.36	2.06	3.08
									77.33	76.67	76.33	10.56	16.89	24.81

ملاحظة: بالنسبة لجميع النشاطات التي أعطيت ترجيحا أكبر للزمن الأكثر احتمالا أي : $m \rangle \frac{a+b}{2}$ ؛ لذلك نجد تحقق العلاقة : $\mu(s) \langle \mu(m) \langle \mu(\beta)$

كما نلاحظ أن زمن تنفيذ المشروع (زمن المسار الحرج) هو أقل بالنسبة للحسابات التي تمت وفقا للتوزيعين المثلثي و المتدرج ، لكن تبايناتهما أكبر مما يزيد من عنصر المخاطرة.

الجدول رقم (٩). الأزمنة الاحتمالية لتنفيذ النشاطات وتبايناتها محسوبة باستخدام التوزيعات الاحتمالية الثلاثة.

التباين (المتدرج) للنشاطات الحرجة	التباين (المثلثي) للنشاطات الحرجة	التباين (بيتا) للنشاطات الحرجة	القيمة المتوقعة (المتدرج) الحرجة	القيمة المتوقعة (المثلثي) الحرجة	القيمة المتوقعة (بيتا) الحرجة	التباين (المتدرج)	التباين (المثلثي)	التباين (بيتا)	μ (s)	μ (m)	μ (β)	b	m	a
3.08	2.06	1.36	8.58	8.67	8.83	3.08	2.06	1.36	8.58	8.67	8.83	12.00	9.00	5.00
1.58	1.06	0.69	7.58	7.67	7.83	1.58	1.06	0.69	7.58	7.67	7.83	10.00	8.00	5.00
3.08	2.06	1.36	20.58	20.67	20.83	3.08	2.06	1.36	20.58	20.67	20.83	24.00	21.00	17.00
						0.58	0.39	0.25	10.58	10.67	16.17	21.00	16.00	12.00
						5.08	3.39	2.25	16.42	16.33	16.17	21.00	16.00	12.00
						1.58	1.06	0.69	9.58	9.67	9.83	12.00	10.00	7.00
						5.08	3.39	2.25	19.58	19.67	19.83	24.00	20.00	15.00
9.50	6.50	4.00	16.50	17.00	18.00	9.50	6.50	4.00	16.50	17.00	18.00	22.00	19.00	10.00
						0.58	0.39	0.25	3.58	3.67	3.83	5.00	4.00	2.00
0.00	0.00	0.00	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00	0.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
						2.31	1.56	1.00	11.17	11.33	11.67	14.00	12.00	8.00
0.58	0.39	0.25	5.58	5.67	5.83	0.58	0.39	0.25	5.58	5.67	5.83	7.00	6.00	3.00
						2.31	1.56	1.00	14.17	14.33	14.67	17.00	15.00	11.00
3.08	2.06	1.36	16.58	16.67	16.83	3.08	2.06	1.36	16.58	16.67	16.83	20.00	17.00	13.00
20.88	14.11	9.03	77.42	78.33	80.17									

ملاحظة : بالنسبة لجميع النشاطات التي أعطيت ترجيحا أكبر للزمن الأكثر احتمالا أي : $m \rangle \frac{a+b}{2}$ ؛ لذلك نجد تحقق العلاقة : $\mu(s) \langle \mu(m) \langle \mu(\beta)$

كما نلاحظ أن زمن تنفيذ المشروع (زمن المسار الحرج) هو أقل بالنسبة للحسابات التي تمت وفقا للتوزيعين المثلثي و المتدرج ، لكن تبايناتهما أكبر مما يزيد من عنصر المخاطرة.

المراجع

[١] العلي، إبراهيم محمد. "*بحوث العمليات*". دمشق: مطبعة دار الكتاب، منشورات جامعة تشرين، ١٩٩١م.

[٢] قاسم، أحمد رفيق. "*المدخل إلى بحوث العمليات*". مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية، منشورات جامعة حلب، ١٩٩٢م.

[٣] كبيه، محمد كبيه. "*نموذج بيرت والمسار الحرج وتطبيقاته في عمليات البناء*". رسالة ماجستير، كلية الاقتصاد، جامعة حلب، ١٩٨٠م.

[٤] Taha, H. *Operations Research*. Macmillan Publishing Co. N. Y., 1976

[٥] مخلوف، إبراهيم احمد. "*التحليل الكمي في الإدارة*". جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات، ١٩٩٥م.

Probability Distribution of Project Activities Execution Times in PERT

Mohammed Kebieh* Amira M. Ebeido**
**Assistant Professor, Department of Quantitative Methods*
***Assistant Professor, Department of Economics*
College of Administrative Sciences,
King Saud University, Riyadh, Saudi Arabia

(Received 19-11-1419H; accepted for publication 15-1-1419H)

Abstract. This research aims at focusing lights on the probability distribution governing activities execution times in PERT (Project Evaluation and Review Technique). This is done through two probability distributions: The symmetric triangular distribution and the symmetric stepping distribution instead of the Beta distribution used by the research group that developed PERT as an appropriate model. The reason behind this is the possibility of eliminating sources of error that may result when the Beta distribution is accepted as a distribution for activities times. This is so since precision of the expected values of activities execution times and their variances depend basically on the choice of the values of p & q. As a result of the mathematical treatment of each of the suggested distributions we arrived at a derivation of precise mathematical expressions (as for the Beta distribution) for the calculation of the expected time for activities times and their variances. By comparing results of the calculations in the example concerning the offer made by a consultant office to prepare the financial and administrative systems for a Saudi company we arrived at the following:

i) For time estimates of project activities that are subject to the restriction $m \le \frac{(a+b)}{2}$, we obtained the result: $\mu(\beta) \le \mu(m) \le \mu(s)$.

ii) For time estimates of project activities that are subject to the restriction $m \succ \frac{(a+b)}{2}$, we obtained the result: $\mu(s) \le \mu(m) \le \mu(\beta)$.

iii) We also find that the variances calculated through the Beta distribution lead us to : $\sigma^2(\beta) \le \sigma^2(m) \le \sigma^2(s)$ which is a better result .