المملكة العربية السعودية
جامعة الملك سعود
كلية العلوم الإدارية
مركز البحوث

استخدام برامج SAS في معالجة مسائل الانحدار الخطي البسيط

اعـــداد

الدكتور محمد عبدالحميد النطفجي
قسم الأساليب الكميـــة

الريـاض
١٤٠٢ ــ ١٩٨٢م

التحليل الكمي / ٤

جامعة الملك سعود
كلية العلوم الادارية
مركز البحوث

****

استخدام برامج (SAS)
في
معالجة مسائل
الانحدار الخطي البسيط

اعداد
الدكتور محمد عبدالحميد النطفجي
قسم الاساليب الكمية

الرياض
١٤٠٢ — ١٩٨٢ م

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمـــة

في الجزء الاول من سلسلة استخدام برامج SAS عالجنا المواضيع التي يتضمنها منهاج طرق كمية (٢) ٠ وفي هذا الجزء ، الثاني ، نعالج موضوعا لـــه استخدامات كثيرة وخاصة في المجالات الادارية والاقتصادية وهو الانحدار الخطي البسيط والارتباط ٠ وقد غطينا الموضوع من الجوانب النظرية والعملية ، حيث عرضنا القوانين واستخداماتها وتفسير نتائجها ، وركزنا على شرح مخرجات SAS التي تعالج الانحدار الخطي البسيط وكذلك الاوامر المستخدمة في هذا المجال ٠

يمكن ان يكون هذا المؤلف مرجعا مساعدا لبعض مقررات تخصص الاساليب الكمية بكلية العلوم الادارية ٠

والله الموفق.

محرم ١٤٠٣.

محمد عبد الحميد النطفجــي

الانحدار البسيط والانحدار المتعدد .

ان تحليل الانحدار هو اداة احصائية تستخدم العلاقة بين متغيرين كميين اثنين أو أكثر بحيث نستطيع التنبوء بالقيمة التي يأخذها متغير بدلالة المتغير الاخر او المتغيرات الاخرى.

فاذا قام قسم التسويق باحدى الشركات بتحديد العلاقة بين مصاريف الدعاية وحجم المبيعات ، فباستطاعة هذا القسم استخدام تحليل الانحدار للتنبوء بحجم المبيعات لمصاريف دعاية معينة . وكمثال اخر ، لنفترض أننا سحبنا عينة من عائلات تسكن مدينة معينةوجمعنا معلومات من هذه العائلات عن انفاقها الشهرى ودخلها الشهرى وعدد افرادها وادخارها . تحليل الانحدار يمكننا من دراسة العلاقة بين الانفاق الشهرى والعوامل الاخرى (الدخل والادخار وعدد الافراد) .

عندما تتعلق الدراسة بمتغيرين فقط نتحدث عن الانحدار البسيط كماهو الحال في المثال الاول . وعندما تشمل الدراسة اكثر منمتغيرين نتحدث عن الانحدار المتعدد كما هو الحال في المثال الثاني .

الانحدار الخطي والانحدار المنحني .

اذا كانت العلاقة بين متغيرين يمكن وصفها بخط مستقيم فنتحدث عن الانحدار الخطي. واذا كان من الافضل وصف هذه العلاقةبمنحني فنسمي ذلك بالانحدار المنحني.

سنناقش في هذا المؤلف مسائل الانحدارالخطي البسيط.

العلاقة التابعية بين متغيرين :

تستخدم صيغة رياضية للتعبير عن العلاقة التابعية بين متغيرين • فاذا كانت X المتغير المستقل و Y المتغير التابع فالعلاقة التابعية بين هذين المتغيرين تأخذ الشكل التالي :

$$Y = f(X)$$

حيث التابع f يشير الى القيمة التي تأخذها Y بدلالة X

مثال رقم (١) :

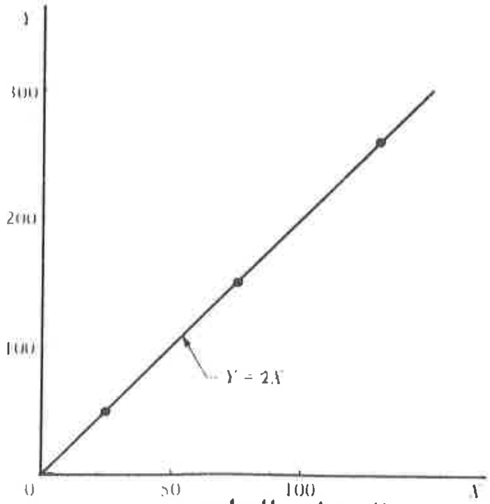
لنفترض ان شركة تنتج مصابيح كهربائية ، وتبيع المصباح الواحد بسعر ثابت وقدره ريالان • فاذا رمزنا بـ Y لمبيعات الشركة بالريالات وبـ X لعدد المصابيح المباعه ، فيمكن استخدام المعادلة التالية للتعبير عن هذه العلاقة :

$$Y = 2X,$$

هذه العلاقة التابعية مبينة بالشكل رقم (١) فبموجب هذه العلاقة نستطيع ان نحدد وبشكل دقيق الريالات التي ستحصل عليها الشركة بمجرد معرفة عدد المصابيح المباعه •

المبيعات بالريالات	عدد المصابيح المباعه
150	75
50	25
260	130

المبيعات بالريالات



الوحدات المباعه

شكل رقم (١)

مثال رقم (٢) :

لنفترض ان موءسسة لتأجير السيارات ، توءجر السيارة الواحدة حسب ما يلي :

– تأخذ 8 ريالات خدمة مقطوعة مهما كانت المسافة المقطوعة .

– تتقاضى 0.15 ريالا عن كل كيلو متر .

فاذا رمزنا بـ :

Y للمبلغ الذى يجب على المستأجر دفعه بالريالات

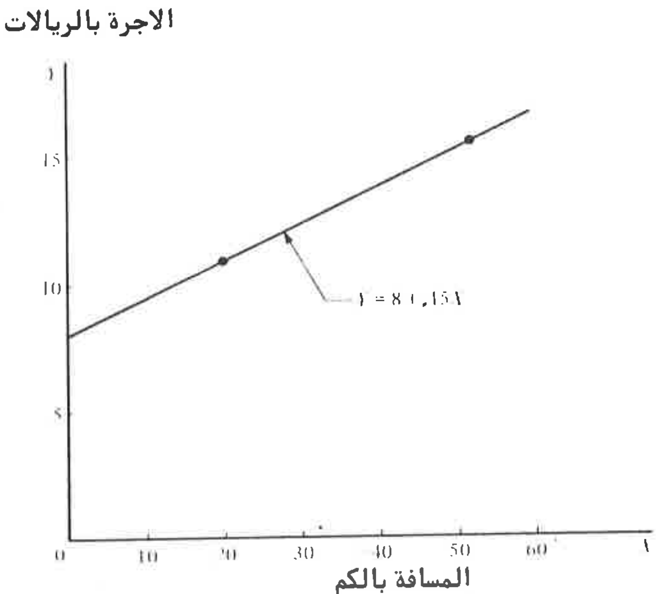
X للمسافة المقطوعة بالكم .

فيمكننا وضع المعادلة التالية :

$$Y = 8 + 0.15X,$$

هذه العلاقة التابعية مبينة بالشكل رقم (٢) والمبالغ المدفوعة من قبل مستأجرين يمكن ان تكون :

الاجرةبالريالات	المسافة بالكم
11.00	20
15.65	51



شكـــل رقم (٢)

العلاقة الاحصائية بين متغيرين .

ان العلاقة الاحصائية بين متغيرين ليست تامة كالعلاقة التابعية • فبشكل عام ، المشاهدات في العلاقة الاحصائية لاتقع دائما فوق الخط الذى يصف العلاقة بين متغيرين•

مثال رقم (٣) :

تنتج احدى الشركات قطع تبديل • وانتاجها الشهرى يتناسب مع حاجة السوق • والجدول رقم (١) يبين عدد الوحدات المنتجة في كل وجبه شهريه وعدد العمال الساعية man-hours التي استخدمت في كل وجبة شهرية في ظروف انتاج متشابهة •

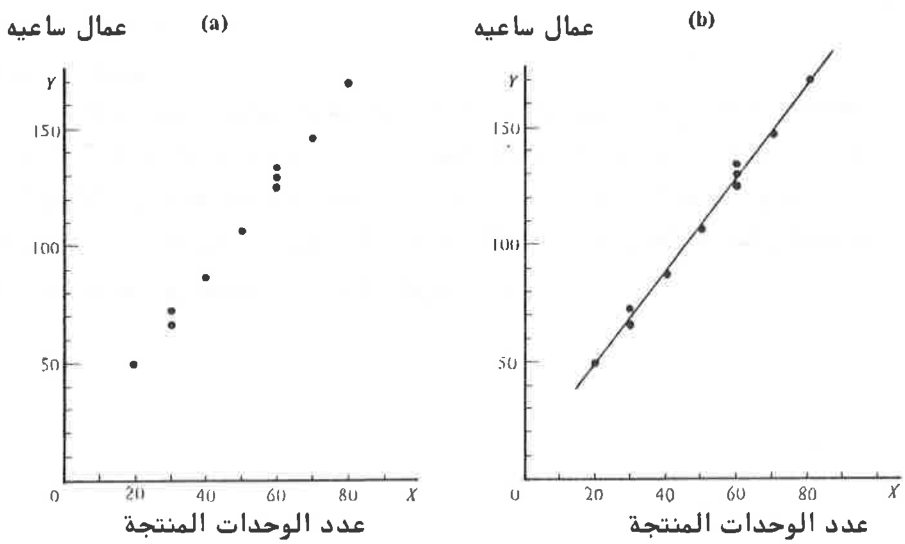
لنعتبر العمال الساعية كمتغير تابع Y

وعدد الوحدات المنتجة بالوجبة كمتغير مستقل X

الرسم مبين بالشكل رقم (٣)

جدول رقم (١)

الوجبة الانتاجية	عدد الوحدات المنتجة بالوجبه	العمال الساعيه
	X	Y
1	30	73
2	20	50
3	60	128
4	80	170
5	40	87
6	50	108
7	60	135
8	30	69
9	70	148
10	60	132



شكل رقم (٣)

من الشكل (٣ – a) نلاحظ انه يوجد علاقه بين المتغيرين المدروسين . فكلما ازداد عدد الوحدات المنتجة يزداد عدد العمال الساعية. ولكن العلاقة ليست تامة . فيوجد انتشار بالنقاط حيث يلاحظ بعض التشتت في العمال الساعية مما يشير الى ان هذا المتغير لايتأثر فقط بعدد الوحدات المنتجة. ونظرا لانتشار النقاط في العلاقة الاحصائية فاننا نسمي الشكل (٣ – a) بشكل الانتشار . وكل نقطة في شكل الانتشار تمثل مشاهدة .

في الشكل (٣ – b) انشأنا خطا مستقيما يصف العلاقة الاحصائية بين العمال الساعية وعدد الوحدات المنتجة . ويشير هذا الخط الى الاتجاه العام الذى تتغير بموجبه العمال الساعية تبعا للتغيرات في عدد الوحدات المنتجة . ونلاحظ من ا لشكل ان اكثر النقاط لاتقع على الخط المرسوم . ورغم ذلك فان العلاقة الاحصائية تعتبر ذات فائدة كبيرة بالرغم من ان ليس لها نفس دقة العلاقة التابعية.

استخدامات تحليل الانحدار .

يستخدم تحليل الانحدار في ثلاثة اغراض رئيسية :

١) الوصف .
٢) المراقبة .
٣) التنبوء .

ففي مثالنا السابق (رقم ٣) : معرفة العلاقة بين عدد الوحدات المنتجة والعمال الساعية المستخدمةفي الماضي يسمح للادارةبالتنبوء بعدد العمال الساعية اللازمة لانتاج عدد محدد من الوحدات وذلك بهدف تقدير التكاليف وجدولة الانتاج . وبعد الانتهاء من عملية الانتاج فان الادارة تستطيع مقارنة العمال الساعية المستخدمة فعلا مع المتنبأ بها بهدف المراقبة الادارية.

الشكل العام لنموذج الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين .

الشكل العام لنموذج الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين كالتالـي :

$$Y_i = A + B X_i + e_i \qquad (I)$$

حيث :

Y_i	:	قيمة المتغير التابع في المشاهدة i
B, A	:	ثوابت
X_i	:	قيمة المتغير المستقل في المشاهدة i
e_i	:	خطأ عشوائي
i	:	$1,2,\ldots\ldots\ldots, n$

نقول عن النموذج (I) بأنه بسيط وخطي بالنسبة للثوابت وخطـي بالنسبة للمتغير المستقل ٠ فهو بسيط لانه يوجد متغير تابع واحد ٠ وخطـــــي بالثوابت لانه لايحوى على ثوابت تظهر بشكل أسي أو مضروب بثابت آخر أو مقسوما عليه ، وخطي بالنسبة للمتغير التابع لانه متغير من الدرجة الاولى٠ ويطلق على هذا النموذج ايضا " نموذج من الدرجة الاولى " ٠

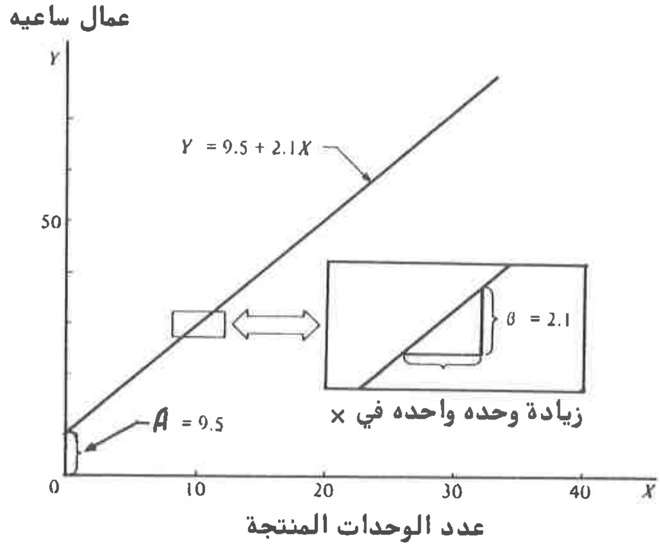
معنى ثوابت الانحدار .

أن A و B في نموذج الانحدار (I) يسميان ثابتا الانحدار.
B هي ميل خط الانحدار ، وتشير الى التغير المتوسط للمتغير التابع Y عندما يزداد المتغير المستقل X وحدة واحدة ٠ الثابت A هو قيمة Y عندما X تساوي الصفر ٠

بفرض اننا حصلنا على المعادلة التالية التي تصف العلاقة بين عـــدد الوحدات المنتجة والعمال الساعية للمثال رقم (٣) :

$$Y = 9.5 + 2.1 X$$

معنى A و B موضح بيانيا بالشكل رقم (٤) ٠



شكل رقم (٤)

تقدير معادلة الانحدار .

عادة لانعرف قيمة الثابتين A و B في النموذج (I) ونلجأ الى تقديرهما من بيانات عينة • هناك طريقتان للحصول على بيانات العينة : اجراء تجربة او القيام بمسح •

بعد سحب العينة وحصولنا على البيانات اللازمة منها ، تعرض هذه البيانات بجدول خاص •

مثال رقم (٤) :

يرغب قسم التسويق في شركة GLMZ بدراسة العلاقة بين حجم المبيعات ومصاريف الدعاية • وفي سبيل ذلك جمع البيانات المعروضة بالجدول رقم (٢)•

جدول رقم (٢)

مصاريف الدعاية (بآلاف الريالات) X	حجم المبيعات (بآلاف الريالات) Y
5	40
7	50
10	60
12	65
15	70
20	80
25	92
30	100

من شكل الانتشار لبيانات الجدول السابق والمعروض في الصفحة (٣٨) نلاحظ انه يمكننا تقدير علاقة جيدة بين المتغير X (مصاريف الدعاية) والمتغير Y (حجم المبيعات) برسم خط مستقيم • وبشكل عام جميع أنواع العلاقات ممكنة ولكن أبسطها واكثرها استخداما هي العلاقة الخطية بين متغيرين فاذا تبين لنا من شكل الانتشار ان العلاقة بين المتغيرين يمكن تمثيلها بخط مستقيم ، فان الخطوة التالية هي ايجاد معادلة هذا الخط •

لقد رأينا الشكل العام لنموذج الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين وبالنسبة لمثالنا الحالي فان العلاقة الخطية بين مصاريف الدعاية وحجم المبيعات تكون معادلة من الشكل التالي :

$$\hat{Y} = a + b X$$

المشكلة الان هي كيف نحصل على أفضل خط أو أفضل توفيق • بعبارة اخرى نريد تحديد قيمتي a و b بشكل تكون فيه نقاط الانتشار أقرب ما يمكن الى ذلك الخط • في هذه الحالةسيكون لدينا اختلافات بين القيم المشاهدة Y والقيمة الموافقة لها والمحسوبة من الخط المستقيم • سنرمز للقيم المقدرة بـ $\hat{Y}$ لقيمة معطاة لـ X ونلاحظ أيضا ان البيانات حصلنا عليها من عينة وبالتالي فان الخط الذى سنحصل عليه هو تقدير لخط الانحدار للمجتمع الاحصائي :

$$Y = A + B X$$

بكلمة أخرى $\hat{Y}$ هي تقدير لـ Y و a هي تقدير لـ A و b هي تقدير لـ B ومنه فان خط انحدار Y على X

$$\hat{Y} = a + b X$$

هو خط للتقدير المتوسط لقيمة Y بدلالة X •

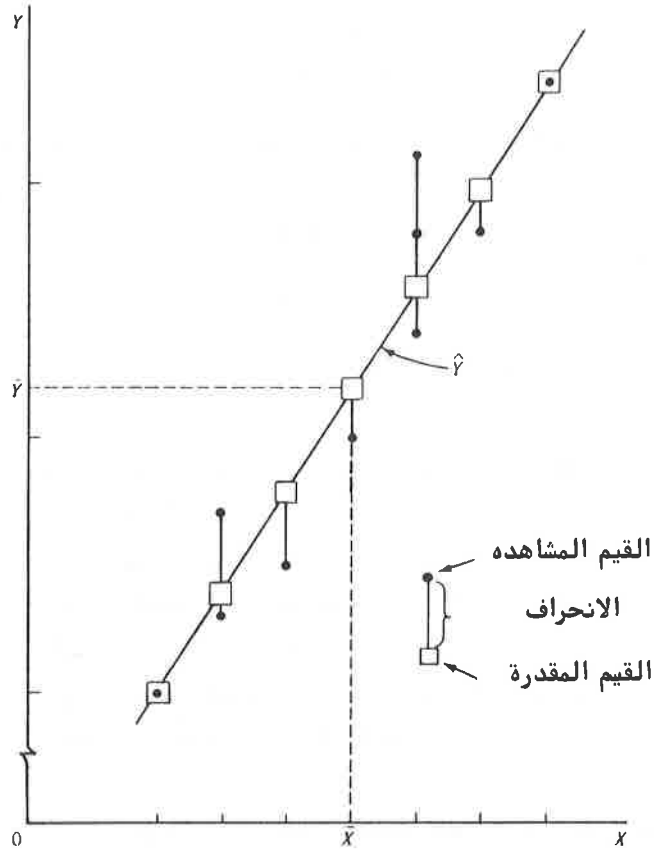
ان الفرق بين القيم المشاهدة Y والقيم المقدرة $\hat{Y}$ يسمى الخطأ أو الانحراف أو الباقي وسنرمز له بـ e ومنه فان :

$$e = Y - \hat{Y}$$

ان الاخطاء يمكن ان تكون موجبة أو سالبة أو مساوية للصفر كما هو موضح بالشكل رقم (٥) •

من أجل ايجاد معادلة أفضل خط لمجموعة نقاط نطبق طريقة المربعات الصغرى • طريقة المربعات الصغرى تعطي حدا أدنى لمجموع الانحرافات المربعة بين القيم المشاهدة Y والقيم المقدرة $\hat{Y}$ وباستخدام الرموز ، نرغب الحصول على حد ادنى لـ :

$$\sum (Y - \hat{Y})^2 = \sum e^2$$



شكل رقم (٥)

طريقة المربعات الصغرى يمكن تطبيقها للحصول على خط انحدار لاكثر من متغيرين أو لاى منحنى آخر (كالقطع المكافىء أو المكعب أو الاسي) لمجموعة نقاط معطاه.

تحدد قيمتي a و b بشكل يكون فيه $\sum (Y - \hat{Y})^2$ حد أدنى بحل المعادلتين الطبيعيتين التاليتين آنيا :

$$\sum Y = Na + b\sum X$$
$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

ومن هاتين المعادلتين حصلنا على الصيغتين التاليتين لايجاد قيمتي a و b :

$$b = \frac{\sum XY - N\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - N(\bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

مثال رقم (٥) :

من بيانات المثال رقم (٤) وباستخدام برامج SAS يطلب اليك

اولا : رسم شكل الانتشار ٠

ثانيا : ايجاد معادلة خط انحدار Y على X

ثالثا : حساب القيمة القدرة للمبيعات ($\hat{Y}$) بدلالة مصاريف الدعاية المعطاه ٠

رابعا : تقدير حجم المبيعات اذا كانت مصاريف الدعاية ١٦٠٠٠ ريـــالا٠

خامسا : رسم خط الانحدار على شكل الانتشار ٠

يستطيع SAS ان ينفذ المطاليب السابقة وفيما يلي سنقوم بشـــرح الاوامر اللازمة ومخرجاتها ٠ (انظر : البرنامج صفحة ٣٧ ، والمخرجات في الصفحات من ٣٨ الى ٤١)٠

اولا – رسم شكل الانتشار :

بعد ادخال البيانات اعطينا الاوامر التاليةلرسم شكل الانتشار :

```
(1) PROC   PLOT;
      PLOT  Y *X  =  '*'  / HAXIS = 0  10  20  30
                            VAXIZ = 0 20  40   60   80   100;
    TITLE  SCATTER DIAGRAM OF THE DATA OF EXAMPLE 4;
```

- PROC PLOT

أمر للقيام بالرسم ٠

- PLOT Y * X

امر برسم Y على المحور الرأسي و X على المحور الافقي ٠

-= '*'

أمر باستخدام الاشارة* لتعيين النقاط على الرسم (يمكن استخدام أى اشارة أو حرف آخر).

- HA X IS = 0 10 20 30

أمر بتقسيم المحور الافقي الى الاقسام التالية :

0 10 20 30

(يمكن تقسيم المحور الافقي بالشكل الذى يتناسب مع طبيعية البيانات المعطاه)٠

- VAXIS = 0 20 40 60 80 100

أمر بتقسيم المحور الرأسي الى الاقسام التالية :

0 20 40 60 80 100

(يمكن تقسيم المحور الرأسي بالشكل الذى يتناسب مع طبيعة البيانات المعطاه)٠

- TITLE SCATTER DIAGRAM OF THE DATA OF EXAMPLE 4;

TITLE أمر باعطاء عنوان للشكل والعبارة التالية بعده هي العنوان الـــذى اخترناه للرسم (يمكن اعطاء العبارة التي تتناسب مع الشكل)٠

بالاضافة الى الامر السابق أعطينا في البرنامج مايلي :

(2) LABEL Y = VOLUME OF SALES
X = ADV ERTISING EXPENDITURES;

هذا الامر لاعطاء تسمية للمحاور ٠ فقد سمينا :

المحور الرأسي VOLUME OF SALES (حجم المبيعـــات)٠

والمحورالافقي ADVERTISING EXPENDITURE (مصاريف الدعايـــة)٠

(يمكن اعطاء التسميات المناسبة بما لايزيد عن اربعين اشارة في السطر)٠

شكل الانتشار معروض في صفحه (٣٨)

ثانيا — ايجاد معادلة خط انحدار Y على X .

نستطيع الحصول على معادلة خط انحدار Y على X من مخرجات الامر التالي :

```
(3) PROC GLM;
        MODEL Y = X ;
```

معنى هذا الامر كالتالي :

- PROC GLM

هو أمر لحساب المقاييس المختلفة للانحدار الخطي

- MODEL Y = X

الانحدار المطلوب هو Y على X (يمكن مثلا طلب الانحدار X على Y عند ذلك يكتب : MODEL X=Y)

مخرجات هذا الامر معروضة بالصفحة (٣٩) .

قيمة الثوابت واردة تحت عنوان ESTIMATE وهي :

(4) a = 34.23901099
(5) b = 2.28296703

ومنه فان معادلة خط انحدار Y على X تساوى :

$$\hat{Y} = 34.239 + 2.283\,X \qquad \text{(II)}$$

ثالثا — حساب القيم المقدرة للمبيعات ($\hat{Y}$) بدلالة مصاريف الدعاية المعطاه.

نظرا لعدم امكانية استخدام الرمز $\hat{Y}$ ضمن البرنامج فقد استعضنا عنها بالرمز YP .

للحصول على القيم المقدرة لابد من تحديد النموذج أو المعادلة المطلوب استخدامها . ولعدم التكرار فقد اضفنا امر حساب القيم المقدرة الى الامر الوارد في الفقرة السابقة باعتباره النموذج الذىيجب استخدامه لحساب القيم المقدرة،هذا الامر هو التالي :

```
(3) OUTPUT OUT=NEW  PREDICTED = YP RESIDUAL = RESID ;
```

بموجب هذا الامر يقوم الحاسب بحساب القيم المقدرة YP ($\hat{Y}$)
ولكن لايظهرها ٠ لاظهارها نعطي الاوامر التالية :

```
(6)  PROC   SORT;
            BY   YP;

(7)  PROC   PRINT;
            By YP;
```

القيم المقدرة معروضة بالصفحة (٤٠) ٠

حيث :

YP المبيعات المقدرة بدلالة X المقابلة ٠

OBS رقم المشاهدة ٠

X مصاريف الدعاية ٠

Y حجم المبيعات الفعلية ٠

RESID انحراف YP عن Y (Y-YP = RESID = e)

رابعا – <u>تقدير حجم المبيعات اذا كانت مصاريف الدعاية ١٦٠٠٠ ريالا ٠</u>

باعتبار ان قيم X بالاف الريالات ، اذن :

$$X = 16$$

نبدل X بقيمتها بالمعادلة (II) فنحصل على :

$$\hat{Y} = 34.239 + 2.283 \times 16 = 70.767$$

خامسا – <u>رسم خط الانحدار على شكل الانتشار .</u>

لتنفيذ هذا الطلب أعطينا الامر التالي :

```
(8) PROC   PLOT;
      PLOT Y * X =  '*'    YP * =  'o'  / OVERLAY HZERO  VZERO;
      TITLE SCATTER DIAGRAM OF THE DATA OF EXAMPLE 4;
      TITLE 2 AND THE FITTED REGRESSION LINE;
```

يمكن انشاء اكثر من رسم على صفحة واحدة وهذا ماقمنا به بهذا الطلب ٠

- PLOT Y * X = '*'

أمر برسم Y على المحور الرأسي و X على المحور الافقي ٠ واستخدام الاشارة * لتعيين النقاط الخاصة بـ Y و X ٠

- YP * X = 'o'

امر برسم YP على المحور الرأسي و X على المحور الافقي واستخدام الحرف o لتعيين النقاط الخاصة بـ YP و X ٠ هذه النقاط تمثل خط الانحدار المرسوم من المعادلة (II) ٠

- OVERLAY

أمر بانشاء الرسمين على صفحة واحدة ٠

- HZERO

أمر ببداية التقسيم على المحور الافقي من الصفر

- VZERO

أمر ببداية التقسيم على المحور الرأسي من الصفر ٠

- TITLE SCATTER DIAGRA OF THE DATA OF EXAMPLE 4

TITLE أمر باعطاء عنوان اول للرسم والعبارة التالية بعده هي العنوان الاول المطلوب ٠

- TITLE 2 AND THE FITTED REGRESSION LINE

TITLE 2 امرباعطاء عنوان ثان للرسم والعبارة التالية بعده هي العنوان الثاني المطلوب ٠

الرسم المطلوب معروض على الصفحه (٤١)

تقدير تباين معادلة الانحدار .

لقد أشرنا سابقا الى أن معادلة تقدير الانحدار :

$$\hat{Y} = a + bX$$

هي تقدير معادلة الانحدار للمجتمع الاحصائي .

$$Y = A + BX .$$

ان من أهداف معادلة التقدير ، هو تقدير قيمة Y بدلالة قيمة معطاه X . الثابتان a و b مقدران من بيانات عينة . واذا كنا سنستخدم معادلة التقدير لتقدير قيمة Y في المستقبل بدلالة قيمة معطاه لـ X ، فاننا نرغب بمعرفة مدى الثقة بـ $\hat{Y}$ (القيمة المقدرة لـ Y) وبكلمة اخرى نريد معرفة جودة معادلة التقدير لتوفيق مجموعة النقاط المشاهدة .

لقد لاحظنا أننا عندما حددنا قيمتي الثابتين a و b لمعادلة التقدير فان المعيار الذى اتخذناه هو أن يكون مجموع مربعات الانحرافات $\sum(Y-\hat{Y})^2$ حد أدنى . فاذا كان $\sum(Y-Y)^2$ يساوى الصفر فان جميع نقاط الانتشار ستقع على خط الانحدار وهذا يعني ان العلاقة تابعية بين X و Y . ولكن لسوء الحظ القرارات الادارية في معظم الاحيان تتخذ بحالة عدم التأكد . وهكذا فعلينا أن نتعلم كيف يمكن اتخاذ القرارات بحالة عدم التأكد . فاذا استخدمنا $\hat{Y}$ كتقدير لـ Y فاننا نرغب بمعرفة مدى الثقة بـ $\hat{Y}$.

للجواب على هذا التساؤل نقوم بحساب الخطأ المعيارى للتقدير :

$$S_{y.x} = \sqrt{\frac{\sum(Y-\hat{Y})^2}{N-2}}$$

حيث :

$S_{y.x}$: الخطأ المعيارى للتقدير .

N : عدد المشاهدات او حجم العينة .

فكلما اقتربت نقاط الانتشار من خط الانحدار كلما كانت قيمة الخطأ المعيارى للتقدير $S_{y.x}$ اصغر .

ولفهم الخطأ المعيارى للتقدير سنقوم فيما يلي بتحديد القيم التاليـــة :

- مجموع المربعات SSTO

مجموع مر بعات انحرافات القيم المشاهدة Y عن وسطها الحسابي $\bar{Y}$ نرمز له بـ SSTO ونعرفه كالتالي :

$$SSTO = \quad (Y - Y)^2$$

- مجموع المربعات للانحدار SSR

مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة $\hat{Y}$ عن الوسط الحسابـــي $\bar{Y}$ نرمز له بـ SSR ونعرفه كالتالي :

$$SSR = \sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2$$

- مجموع مربعات الاخطاء SSE

انحرافات القيم المشاهدة Y عن القيم المقدرة الموافقة $\hat{Y}$ نرمز له بـ SSE نعرفه كالتالي :

$$SSE = \sum(Y - \hat{Y})^2$$

ومما سبق نستطيع أ ن نحدد العلاقة بين القيم المذكورة على الشكل التالي:

$$SSTO = SSR + SSE$$

أو

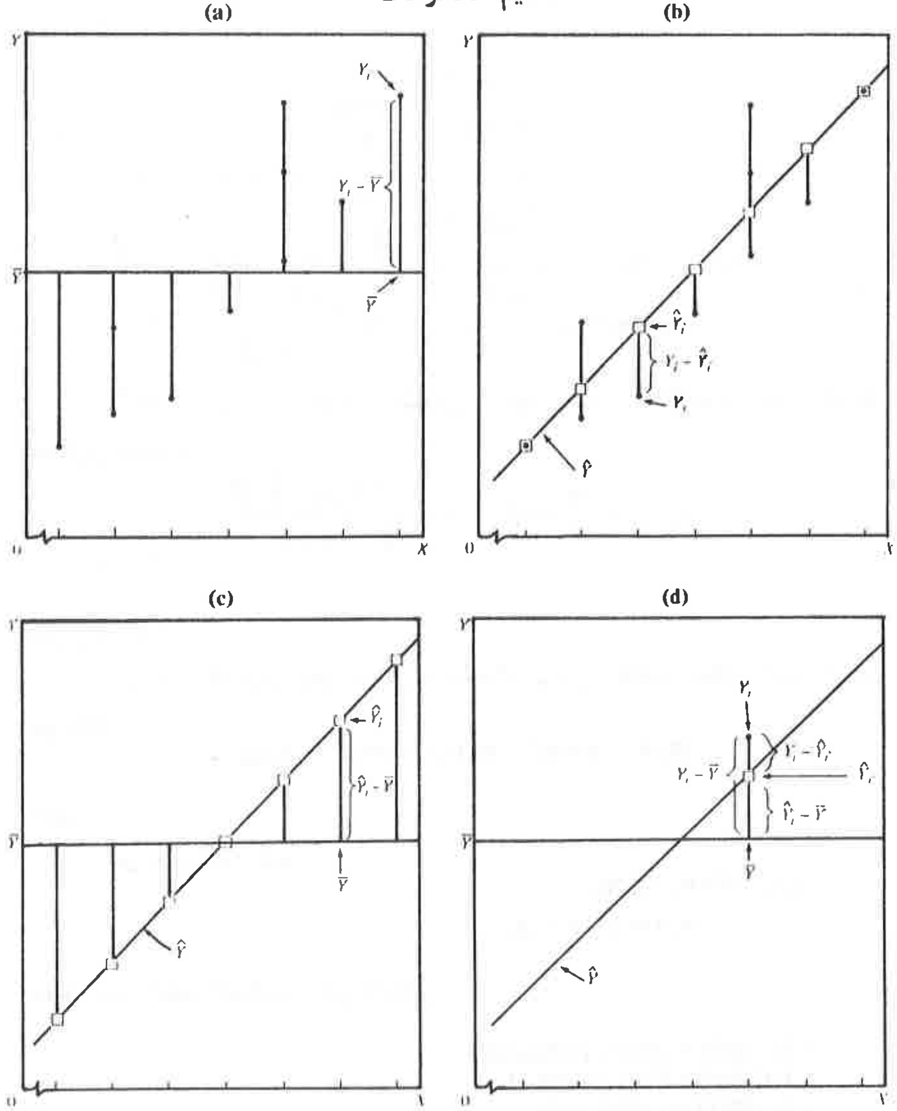
$$\sum(Y - \bar{Y})^2 = \sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2 + \sum(Y - \hat{Y})^2$$

الجدول التالي يبين تقسيم مجموع المربعات ودرجات الحرية المقابلة لكل مجموع حيث N عدد المشاهدات أو حجم العينة

مصدر الانحراف	مجموع المربعات	درجات الحرية
SSR	$\sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2$	1
SSE	$\sum(Y - \hat{Y})^2$	N-2
SSTO	$\sum(Y - \bar{Y})^2$	N -1

الشكل رقم (٦) يبين تقسيم الانحرافات بالرسم

تقسيم الانحرافات



شكل رقم (٦)

بقسمة مجموع المربعات على عدد درجات الحرية المقابل نحصل على متوسط المربعات ، ومنه فان :

- متوسط المربعات للانحدار MSR يساوى :

$$MSR = \frac{SSR}{1}$$

- متوسط مربعات الاخطاء MSE يساوى :

$$MSE = \frac{SSE}{N-2}$$

التباين المقدر لمعادلة الانحدار هو متوسط مربعات الاخطاء ، أى :

$$MSE = \frac{SSE}{N-2} = \frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{N-2}$$

الجذر التربيعي الموجب للتباين المقدر لمعادلة الانحدار يسمى الخطأ المعيارى للتقدير ، أى :

$$S_{y.x} = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{N-2}}$$

مثال رقم (٦) :

لبيانات التمرين رقم (٤) وباستخدام برامج SAS يطلب اليك ايجاد قيم مايلي :

$S_{y.x}$ ، MSE ، MSR ، SSTO ، SSE ، SSR

الحل :

من مخرجات الامر :

```
(3)  PROC GLM;
        MODEL  Y = X;
```

نحصل على القيم المطلوبة وهي كالتالي :

(9) SSR = 2845.71840659
(10) SSE= 62.15659341
(11)SSTO= 2907.875
(13) MSR = 2845.71840659
(14) MSE = 10.35943223
(15) $S_{y.x}$ = 3.21860719

ملاحظة : القيم الواردة تحت عنوان DF (١٢) هي درجات الحرية المقابلة لتقسيم المربعات .

انشاء حدى ثقة للقيم المتنبأ بها .

في عديد من المسائل التجارية والاقتصادية من المهم التنبوء بقيمة Y لقيمة معطاه لـ X . ففي مثالنا السابق قد يرغب قسم التسويق بالتنبوء بحجم المبيعات اذا بلغت مخصصات الانفاق على الدعاية ٤٠ الف ريالا . فكيف ننشىء حدى الثقة للمبيعات ؟

لانشاء حدى ثقة لقيمة Y المتنبأ بها يجب اولا حساب الخطأ المعيارى للتنبوء $M_{y.x}$ حيث

$$M_{y.x} = S_{y.x} \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum(X - \bar{X})^2}}$$

لعينة معطاة من الحجم N ولقيمة معطاة لـ X فان ٩٥٪ حدى ثقة للقيمة المتنبأ بها لـ Y نحصل عليهما على الشكل التالي :

$$\hat{Y} \pm t_{0.025} \; M_{y.x}$$

حيث :

$$\hat{Y} = a + bx$$

اذا كنا نرغب بالحصول على ٩٩٪ او ٩٠٪ حدى ثقة فاننا نستبدل $t_{0.025}$ بـ $t_{0.005}$ او $t_{0.05}$ على التوالي .

نحصل على قيم t من جدول توزيع t والمعروض بالملحق رقم (٢) .

مثال رقم (٧) :

بالاشارة الى بيانات التمرين رقم (٤) انشىء ٩٥٪ حدى ثقة للمبيعات المحتمله اذا بلغت مخصصات الانفاق على الدعاية ٤٠ الف ريالا ٠

الحل :

من حل المثال رقم (٥) اوجدنا معادلة التقدير لبيانات التمرين رقم (٤) وكانت كالتالي :

$$\hat{Y} = 34.239 + 2.283\ X$$

المبيعات المحتملة اذا بلغت مخصصات الانفاق على الدعاية ٤٠ الف ريالا تساوى :

$$\hat{Y} = 34.239 + 2.283 \times 40 = 125.559$$

الخطأ المعيارى للتنبوء نحصل عليه من القانون :

$$M_{y.x} = S_{y.x} \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(X-\bar{X})^2}{\sum (X-\bar{X})2}}$$

بتبديل الرموز بقيمها ، نحصل على مايلي :

$$M_{y.x} = 3.2186 \sqrt{1 + \frac{1}{8} + \frac{(40 - 15.5)^2}{546}}$$

$$= 3.2186 \times 1.4914$$

$$= 4.8$$

حيث :

$N = 8$ حجم العينة

$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = 15.5$ الوسط الحسابي لـ X٠

$\sum (X - \bar{X})^2 = 546$ مجموع مربعات انحرافات X عن وسطها الحسابي ٠

من جدول توزيع t في الملحق نلاحظ ان قيمة t اذا كان عدد درجات الحرية 6 ، $(N-2 = 8-2)$ والاحتمال ٩٥٪ تساوى :

$$t_{0.025} = 2.447$$

ومنه فان حدى الثقة المطلوبين هما :

$$\hat{Y} - 2.447\, M_{y.x}$$

أو

$$Y + 2.447\, M_{y.x}$$

$$125.559 - 2.447\,(4.8) = 113.8134$$

$$125.559 + 2.447\,(4.8) = 137.3046$$

أى اذا بلغت مخصصات الدعاية ٤٠ الف ريالا فباحتمال ٩٥٪ سيتراوح حجم المبيعات بين 113.8134 و 137.3046 الف ريال .

انشاء حدى ثقة لـ A و B .

سبق وقلنا ان a هي تقدير لـ A و b تقدير لـ B . والسؤال المطروح الان هو اذا كنا قد قدرنا قيمتي A و B من عينة بحجم معين فما هو مدى الثقة بهذه التقديرات ؟ الاجابة على هذا السؤال يمكن أن تكون بانشاء حدى ثقة لـ A و B باحتمال معين ٩٥٪ أو ٩٩ ٪ .. الخ .

لانشاء حدى الثقة لـ A و B فاننا نفترض أن الاخطاء مستقلة وموزعة بشكل طبيعي وبالتالي فان توزيعات المعاينة للتقديرات المختلفة لـ A و B ستكون موزعة بشكل طبيعي .

أولا — الخطأ المعيارى لتقدير A.

سنرمز للخطأ المعيارى لتقدير A بـ S_a ويساوى :

$$S_a = \sqrt{(S_a)^2}$$

حيث :

$$(S_a)^2 = MSE \frac{\sum X^2}{N\sum(X-\bar{X})^2}$$

ثانيا – حدى ثقة لـ A

باحتمال ٩٥٪ نحصل على حدى ثقة لـ A من الصيغة التالية :

$$P\left[-t0.025 \leqslant \frac{a-A}{S_a} \leqslant t0.025\right] = 0.95$$

أو

$$P\left[a-t0.025\,(S_a) \leqslant A \leqslant a+t0.025\,(S_a)\right] = 0.95$$

ومنه ، فان حدى الثقة لـ A باحتمال ٩٥٪ هما :

$$a - t0.025\,(S_a)$$

و

$$a + t0.025\,(S_a)$$

واذا كان هناك حا لاتتقتضي انشاء حدى ثقة باحتمال ٩٩٪ أو ٩٠٪ فاننا نستبدل t0.025 بـ t0.005 أو t 0.05 على التوالي .

ثالثا – الخطأ المعيارى لـ B .

سنرمز للخطأ المعيارى لتقدير B بـ S_b ويساوى :

$$S_b = \sqrt{(S_b)^2}$$

حيث :

$$(S_b)^2 = \frac{MSE}{\sum(X-\bar{X})^2} = \frac{MSE}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}$$

رابعا – حدى ثقة لـ B .

باحتمال ٩٥٪ نحصل على حدى ثقة لـ B من الصيغة التالية :

$$P\left[-t0.025 \leqslant \frac{b-B}{S_b} \leqslant t0.025\right] = 0.95$$

ومنه فان حدى الثقةل B باحتمال ٩٥٪ هما :

$$b - t_{0.025}\,(S_b)$$

و

$$b + t_{0.025}\,(S_b)$$

واذا كان هناك حالات تقتضي انشاء حدى ثقة باحتمال ٩٩٪ أو ٩٠ ٪ فاننا نستبدل $t_{0.025}$ بـ $t_{0.005}$ و $t_{.05}$ على التوالي ٠

مثال رقم (٨) :

بالاشارة الى بيانات التمرين رقم (٤) وباستخدام برامج SAS يطلب اليك :

١) حساب الخطأ المعيارى لـ a و b

٢) انشاء حدى ثقة لـ A و B

الحل :

من مخرجات الامر :

```
(3)    PROC GLM;
         MODEL  Y = X;
```

نحصل على مايلي :

(16) $S_a = 2.419353$

(17) $S_b = 0.13774367$

من جدول توزيع t في الملحق نلاحظ أن قيمة t اذا كان عدد درجات الحرية (6 = 8-2) والاحتمال ٩٥ ٪ تساوى :

$$t_{0.025} = 2.447$$

ومنه فان حدى الثقة لـ A هي :

$$34.239 - 2.447\,(2.419) = 28.319$$

$$34.239 + 2.447\,(2.419) = 40.159$$

وهذا يعني أنه باحتمال ٩٥٪ فان قيمة A ستتراوح بين 28.319 و 40.159 الف ريال .

أما حدى الثقة لـ B فيساويان :

$$2.283 - 2.447\ (0.1377) = 1.946$$

$$2.283 + 2.447\ (0.1377) = 2.62$$

وهذا يعني انه باحتمال ٩٥ ٪ فان قيمة B ستتراوح بين 1.946 و 2.62 الف ريال . وبعبارة أخرى فانه باحتمال ٩٥٪ سيزداد حجم المبيعات بمقدار يتراوح بين 1.946 و 2.62 الف ريال كلما ازدادت مصاريف الدعاية بمقدار الف ريال .

اختبار B .

ان $\frac{b - B}{S_b}$ لها توزيع t بدرجات حريه N-2 .

اختبار B يمكن أن يجرى بالطريقة العادية باستخدام توزيع t .

يمكن صياغة الفرضية على الشكل التالي :

$$H_1 : B = 0$$

$$H_2 : B \neq 0$$

حيث :

H_1 : الفرضية الاولى ،

H_2 : الفرضية الثانية .

بعد ذلك نحسب قيمة $|t_b^*|$ حيث :

$$|t_b^*| = \frac{b}{S_b}$$

ثم نقارن $|t_b^*|$ مع t الجدولية بمستوى دلالة α $(\alpha=1-p)$
وعدد درجات حرية $(N-2)$ على الشكل التالي :
اذا كان :

$$|t_b^*| \leqslant t(1-\frac{\alpha}{2}; N-2) \longrightarrow H_1$$

واذا كان

$$|t_b^*| > t(1-\frac{\alpha}{2}; N-2) \longrightarrow H_2$$

مثال رقم (٩) :

بالاشارة الى بيانات التمرين رقم (٤) وباستخدام برامج SAS
تحقق من أن B تساوى الصفر أم لا .

الحل :

من مخرجات الامر

```
(3)  PROC GLM;
       MODEL  Y = X;
```

نجد أن :

$$(18)\quad |t_b^*| = 16.57$$

t الجدولية بمستوى دلالة 5% $(1-0.95)$ وعدد درجات حرية 6 $(8-2)$ تساوى :

$$t0.025 = 2.447$$

الفرضية :

$$H_1 : B = 0$$

$$H_2 : B \neq 0$$

وبما أن :

$$|t_b^*| > t0.025$$

أو

$$16.57 > 2.447$$

فان

$$B \neq 0$$

وذلك باحتمال ٩٥٪ .

أن القيمة $PR > |t|$ التي يعطيها SAS

تجيب على السؤال التالي :

اذا كانت B فعلا تساوى الصفر فما هو احتمال الحصول على قيمة

أكبر لـ $|t_b^*|$ ؟

وهكذا فان قيمة صغيرة لهذا الاحتمال تشير الى أن B لاتساوى

الصفر وبالتالي فان المتغير المستقل يساهم بشكل معتبر في النموذج .

مثال رقم (١٠) :

من مخرجات الامر

```
(3)  PROC  GLM;
           MODEL  Y = X ;
```

أوجد احتمال حصولنا على قيمة لـ $|t_b^*|$ اكبر من 16.57 .

الحل :

$$(19) \quad PR > |t_b| = 0.0001$$

وهذا يعني أن الاحتمال ضعيف جدا بالحصول على قيمة لـ $|t_b^*|$

اكبر من 16.57 .

اختبار A .

ان $\frac{a - A}{S_a}$ لها توزيع t بدرجات حرية $(N - 2)$. اختبار

A يمكن ان يجرى بالطريقة العاديةباستخدام توزيع t .

يمكن صياغة الفرضية على الشكل التالي :

$$H_1 : A = 0$$
$$H_2 : A \neq 0$$

حيث : H_1 الفرضية الاولى ؛

H_2 الفرضية الثانية .

بعد ذلك نحسب قيمة $|t_a^*|$، حيث : $|t_a^*| = \frac{a}{S_a}$

ثم نقارن $|t_a^*|$ مع t الجدولية بمستوى دلالة α $(\alpha = 1-p)$
وعدد درجات حرية $(N-2)$ ، على الشكل التالي :
اذا كان

$$|t_a^*| \leqslant t\left(1-\frac{\alpha}{2};N-2\right) \rightarrow H_1$$

واذا كان

$$|t_a^*| > t\left(1-\frac{\alpha}{2};N-2\right) \rightarrow H_2$$

مثال رقم (١١) :
بالاشارة الى بيانات التمرين رقم (٤) وباستخدام برامج SAS تحقق من أن A تساوى الصفر أم لا .

الحل :
من مخرجات الامر

```
(3)  PROC GLM;
       MODEL  Y = X;
```

نجد ان :

$$(20)\quad |t_a^*| = 14.15$$

t الجدولية بمستوى الاله ٥٪ $(1-0.95)$ وعدد درجات حرية 6 $(8-2)$ تساوى :

$$t0.025 = 2.447$$

الفرضية :

$$H_1 : A = 0$$
$$H_2 : A \neq 0$$

وبما أن :

$$|t_a^*| \quad t0.025$$

أو :

$$14.15 > 2.447$$

فان : $A \neq 0$

وذلك باحتمال ٩٥٪ .

ان القيمة $PR > |t|$ التي يعطيها SAS تجيب على السؤال التالي : اذا كانت A فعلا تساوى الصفر فما هو احتمال الحصول على قيمة أكبر لـ $|t_a^*|$؟

ان قيمة صغيرة لهذا الاحتمال تشير الى أن A لاتساوى الصفر .

مثال رقم (١٢) :

من مخرجات الامر :

```
(3)  PROC GLM;
         MODEL Y = X ;
```

أوجد احتمال حصولنا علىقيمة لـ $|t_a^*|$ اكبر من 14.15

الحل :

$$(21)\ PR > |t_a| = 0.0001$$

وهذا يعني أن الاحتمال ضعيف جدا بالحصول على قيمة لـ $|t_a^*|$ اكبر من 14.15 .

الاختبار العام للنموذج الخطي.

اختبار تحليل التباين لـ $B = 0$ ازاء $B \neq 0$ هو مثال للاختبار العام للنموذج الاحصائي الخطي . لاجراء هذا الاختبار نستخدم توزيع F . يمكن صياغة الفرضية على الشكل التالي :

$$H_1 : B = 0$$

$$H_2 : B \neq 0$$

حيث : H_1 الفرضية الاولى ؛
H_2 الفرضية الثانية .

بعد ذلك نحسب قيمة F^* حيث

$$F^* = \frac{MSR}{MSE}$$

ثم نستخرج قيمة F الجدوليةمن جدول توزيع F في الملحق رقم (٢) بدرجات حرية :

$$\nu_1 = 1$$
$$\nu_2 = N - 2$$

وبمستوى دلالة يساوي α .
بعد ذلك نقارن F^* مع F الجدولية ، فاذا كان

واذا كان $F^* \leqslant F(1-\alpha;1,\ N-2) \longrightarrow H_1$

$$F^* > F(1-\alpha;1,\ N-2) \longrightarrow H_2$$

مثال رقم (١٣) :
اختبر النموذج الخطي البسيط الذى حصلت عليه بحل الطلب الثاني للتمرين رقم (٥)
الحل :
النموذج المطلوب اختباره هو :

$$\hat{Y} = 34.239 + 2.283\ X$$

من مخرجات الامر

```
(3) PROC    GLM;
      MODEL  Y = X;
```

نلاحظ ان :

(22) $F^* = 274.70$

F الجدولية بمستوى دلالة ٥٪ (1-0.95)

ودرجات حرية $\nu_1 = 1$, $\nu_2 = 6$

تساوى 5.99

أى : $F(1\text{-}0.05; 1, 6) = 5.99$

الفرضية :

$H_1 : B = 0$

$H_2 : B \neq 0$

وبما ان $F^* > F(1\text{-}0.05; 1, 6)$

أو $274.70 > 5.99$

فان $B \neq 0$

وذلك باحتمال ٩٥٪ .

وهذه النتيجة تعني انه باحتمال ٩٥٪ فانه يوجد علاقة بين حجم المبيعات ومصاريف الدعاية .

ملاحظة :

$$F^* = \left[|t^*| \right]^2 = \left(\frac{b}{S_b} \right)^2$$

ان القيمة $PR > F$ والتي يعطيها SAS تجيب على السؤال التالي : اذا كان B فعلا يساوى الصفر فما هو احتمال الحصول على قيمة أكبر لـ F^* ؟

وهكذا فان قيمة صغيره لهذا الاحتمال تشير الى أن B لاتساوى الصفر وبالتالي فان المتغير المستقل X يساهم بشكل معتبر في النموذج .

مثال رقم (١٤) :

من مخرجات الامر :

```
(3)  PROC  GLM;
        MODEL  Y = X;
```

أوجد احتمال حصولنا على قيمة لـ F^* اكبر من 274.7 .

الحل :

$$PR > F = 0.0001 \quad (23)$$

وهذا يعني ان الاحتمال ضعيف جدا بالحصول على قيمة لـ F^* اكبر من 274.7 . وبالتالي فان المبيعات تتأثر بشكل واضح بمصاريف الدعاية .

الارتباط .

في بعض الاحيان نهتم بمعرفة شدة العلاقة بين متغيرين . تحليل الارتباط يقيس شدة العلاقة بين متغيرين اذا كان كل منهما عشوائيا .

اذا كانت الزيادة بقيمة احد المتغيرين يتبعها زيادة بقيمة المتغير الاخر نقول أن المتغيرين مرتبطان ايجابيا واذا كانت الزيادة بقيمة أحد المتغيرين يتبعها نقص بقيمة المتغير الاخر نقول أن المتغيرين مرتبطان سلبيا . وعندما لاتتغير قيمة المتغير عندما تتغير قيمة المتغير الاخر ، نقول أنه لايوجد ارتباط بين المتغيرين أو أن المتغيرين غير مرتبطان .

المقياس الذى يستخدم لقياس الارتباط الخطي بين متغيرين يسمى معامل الارتباط (r) حيث :

$$r = \sqrt{\frac{\sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}} = \sqrt{\frac{SSR}{SSTO}}$$

مربع معامل الارتباط يسمى معامل التحديد (r^2) ،

حيث :

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2} = \frac{SSR}{SSTO}$$

تتراوح قيمةمعامل الارتباط بين (0 , ± 1)• كلما اقتربت قيمته من الواحد كلما كانت العلاقة شديدة بين المتغيرين • وعلى العكس كلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من الصفر كلما كانت العلاقة ضعيفة • واشارة معامل الارتباط تكون دوما نفس اشارة (b) •

مخرجات SAS تعطينا قيمة r^2 تحت عنوان R - SQUARE وبجذرها نحصل على معامل الارتباط حيث نعطيه اشارة (b) •

مثال رقم (١٥) :

احسب معامل الا رتباط لبيانات التمرين رقم (٤) باستخدام برامج SAS

الحل :

من مخرجات الامر :

```
(3)  PROC  GLM;
        MODEL  Y = X;
```

نجد ان :

(24) $r^2 = 0.978625$

ومنه فان :

$$r = \sqrt{0.978625} = \pm\ 0.98925$$

وبما أن b موجبه فان : $r = 0.98925$

وهذا يدل على وجود علاقة خطيه طردية قوية بين مصاريف الدعاية وحجم المبيعات•

الملاحـــق

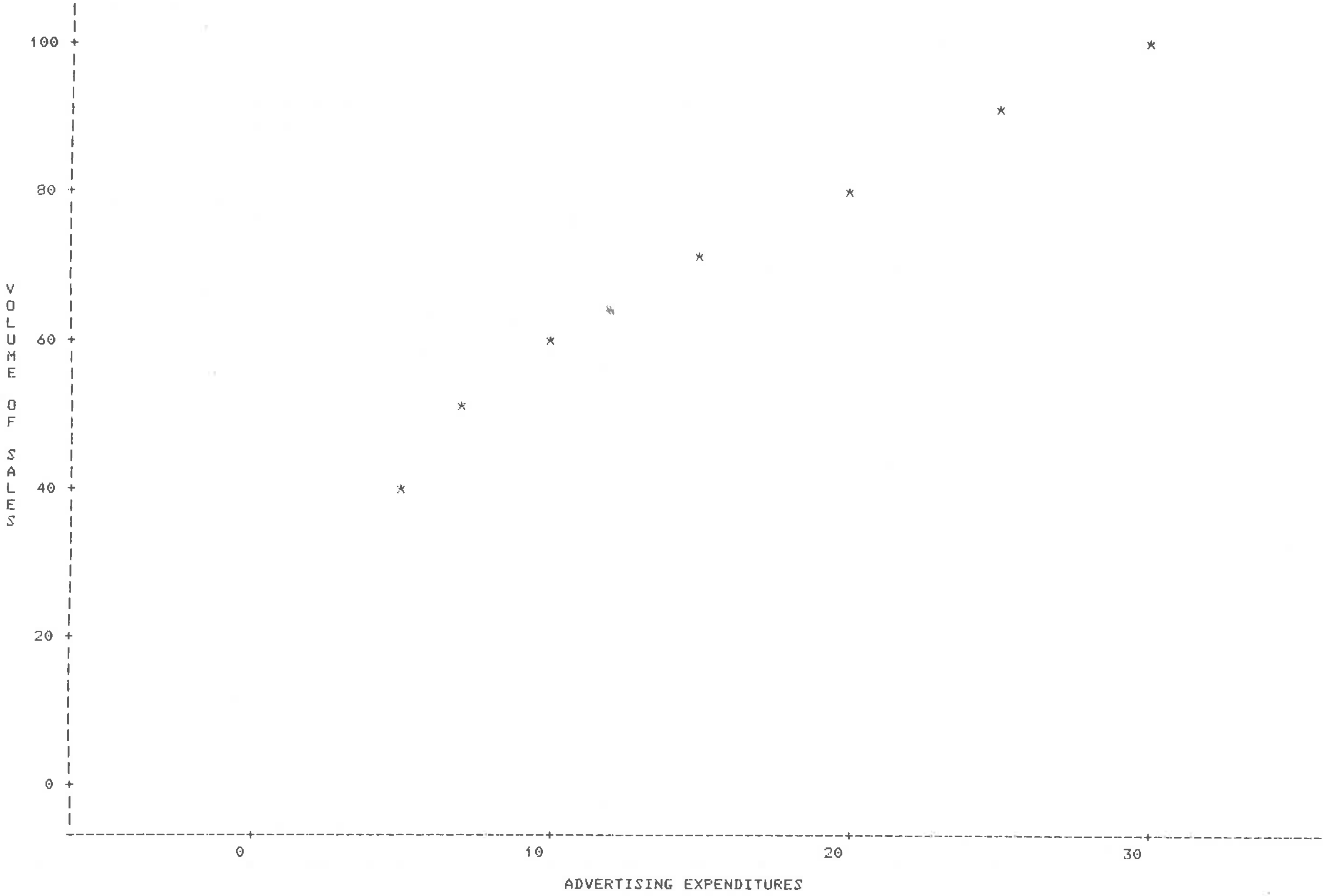
الملحـق رقـم (١)

كشـوفـات الكومبيوتـر

```
                        S T A T I S T I C A L   A N A L Y S I S   S Y S T E M          9:29 TUESDAY, MAY 4, 1982

NOTE: THE JOB F072719A HAS BEEN RUN UNDER RELEASE 79.5 OF SAS AT THE UNIVERSITY OF RIYADH COMPUTER CENTER (01608).

NOTE: SAS OPTIONS SPECIFIED ARE:
       SORT=4


1           DATA GLMZ;                                                                  00030000
2           INPUT X 1-2 Y 4-6;                                                          00040000
3      ٥    LABEL Y=VOLUME OF SALES                                                     00050007
4                 X=ADVERTISING EXPENDITURES;                                           00060007
5           LIST;                                                                       00070000
6           CARDS;                                                                      00080000

RULE:     1234567 101234567 201234567 301234567 401234567 501234567 601234567 701234567 80

7          5  40                                                                        00090000
8          7  50                                                                        00100000
9          10 60                                                                        00110000
10         12 65                                                                        00120000
11         15 70                                                                        00130000
12         20 80                                                                        00140000
13         25 92                                                                        00150000
14         30 100                                                                       00160000
NOTE: DATA SET WORK.GLMZ HAS 8 OBSERVATIONS AND 2 VARIABLES. 953 OBS/TRK.
NOTE: THE DATA STATEMENT USED 0.08 SECONDS AND 172K.

15          ;                                                                           00170000
16     ١    PROC PLOT;                                                                  00180000
17           PLOT Y*X='*'/HAXIS=0 10 20 30 VAXIS=0 20 40 60 80 100;                     00190006
18           TITLE SCATTER DIAGRAM OF THE DATA OF EXAMPLE 4 ;                           00200000

NOTE: THE PROCEDURE PLOT USED 0.19 SECONDS AND 180K AND PRINTED PAGE 1.

19     ٢    PROC GLM;                                                                   00210008
20           MODEL Y=X;                                                                 00220008
21           OUTPUT OUT=NEW PREDICTED=YP RESIDUAL=RESID;                                00230009

NOTE: DATA SET WORK.NEW HAS 8 OBSERVATIONS AND 4 VARIABLES. 529 OBS/TRK.
NOTE: THE PROCEDURE GLM USED 0.23 SECONDS AND 208K AND PRINTED PAGE 2.

22     ٦    PROC SORT;                                                                  00240008
23           BY YP;                                                                     00250008

NOTE: 4 CYLINDERS DYNAMICALLY ALLOCATED PER SORT WORK DATA SET.
NOTE: DATA SET WORK.NEW HAS 8 OBSERVATIONS AND 4 VARIABLES. 529 OBS/TRK.
NOTE: THE PROCEDURE SORT USED 0.31 SECONDS AND 512K.

24     ٧    PROC PRINT;                                                                 00260008
25           BY YP;                                                                     00270008

NOTE: THE PROCEDURE PRINT USED 0.18 SECONDS AND 172K AND PRINTED PAGE 3.

26     ٨    PROC PLOT;                                                                  00280008
27           PLOT Y*X='*' YP*X='O'/OVERLAY HZERO VZERO;                                 00290010
28           TITLE SCATTER DIAGRAM OF THE DATA OF EXAMPLE 4 ;                           00300008
29           TITLE2 AND THE FITTED REGRESSION LINE;                                     00310008
```

SCATTER DIAGRAM OF THE DATA OF EXAMPLE4 9:29 TUESDAY, MAY 4, 1982

PLOT OF Y*X SYMBOL USED IS *



GENERAL LINEAR MODELS PROCEDURE

DEPENDENT VARIABLE: Y VOLUME OF SALES

SOURCE	DF	SUM OF SQUARES	MEAN SQUARE	F VALUE	PR > F	R-SQUARE	C.V.
	١٢						
MODEL	1	٩ 2845.71840659	١٣ 2845.71840659	٢٢ 274.70	٢٣ 0.0001	٢٤ 0.978625	4.6228
ERROR	6	١٠ 62.15659341	١٤ 10.35943223		STD DEV		Y MEAN
CORRECTED TOTAL	7	١١ 2907.87500000			١٥ 3.21860719		69.62500000

SOURCE	DF	TYPE I SS	F VALUE	PR > F	DF	TYPE IV SS	F VALUE	PR > F
X	1	2845.71840659	274.70	0.0001	1	2845.71840659	274.70	0.0001

PARAMETER	ESTIMATE	T FOR H0: PARAMETER=0	PR > |T|	STD ERROR OF ESTIMATE
INTERCEPT	٤ 34.23901099	٢٠ 14.15	٢١ 0.0001	١٦ 2.41935300
X	٥ 2.28296703	١٨ 16.57	١٩ 0.0001	١٧ 0.13774367

--- YP=45.65385 ---

OBS	X	Y	RESID
1	5	40	-5.6538

--- YP=50.21978 ---

OBS	X	Y	RESID
2	7	50	-0.21978

--- YP=57.06868 ---

OBS	X	Y	RESID
3	10	60	2.93132

--- YP=61.63462 ---

OBS	X	Y	RESID
4	12	65	3.36538

--- YP=68.48352 ---

OBS	X	Y	RESID
5	15	70	1.51648

--- YP=79.89835 ---

OBS	X	Y	RESID
6	20	80	0.101648

--- YP=91.31319 ---

OBS	X	Y	RESID
7	25	92	0.686813

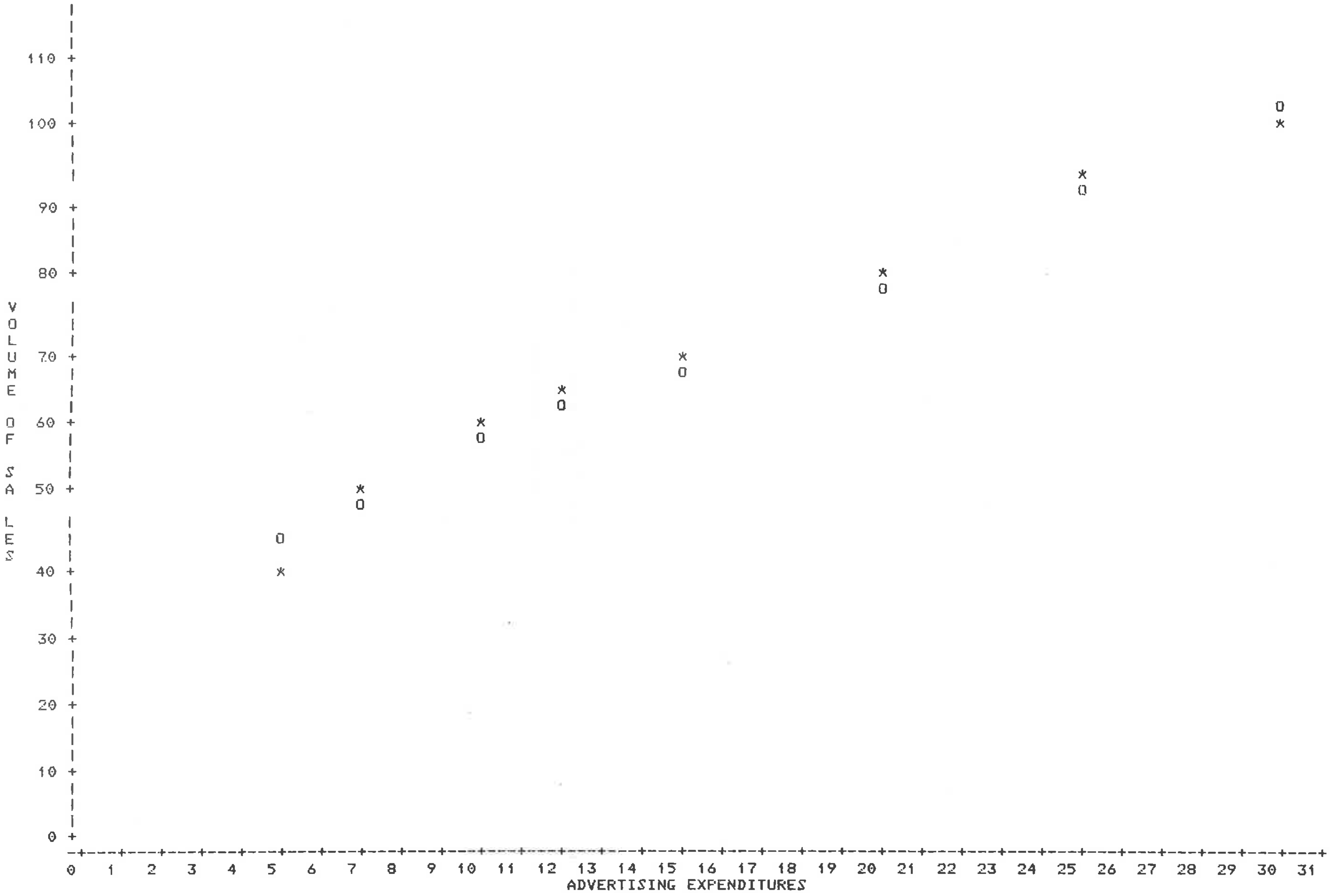
--- YP=102.728 ---

OBS	X	Y	RESID
8	30	100	-2.728

SCATTER DIAGRAM OF THE DATA OF EXAMPLE4
AND THE FITTED REGRESSION LINE

9:29 TUESDAY, MAY 4, 1982 · 4

PLOT OF Y*X   SYMBOL USED IS *
PLOT OF YP*X   SYMBOL USED IS O

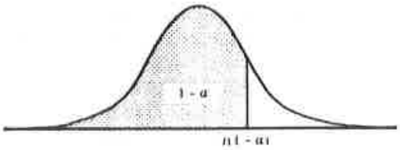


الملحق رقـــــم (٢)

الجـــداول الاحصا ئيـــــة

Percentiles of the t Distribution

Entry is $t(1-\alpha;\nu)$ where $P\{t(\nu) \leq t(1-\alpha;\nu)\} = 1-\alpha$



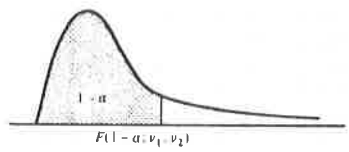
ν	$1-\alpha$ .55	.60	.65	.70	.75	.80	.85
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.050
60	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	0.848	1.046
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.041
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036

Percentiles of the *t* Distribution (*continued*)

ν	.90	.95	.975	.99	.995	.9995
			$1-\alpha$			
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Percentiles of the F Distribution

Entry is $F(1-\alpha;\nu_1,\nu_2)$ where $P\{F(\nu_1,\nu_2) \le F(1-\alpha;\nu_1,\nu_2)\} = 1-\alpha$



$$F(\alpha;\nu_2,\nu_1) = \frac{1}{F(1-\alpha;\nu_1,\nu_2)}$$

Percentiles of the F Distribution

		ν_1								
ν_2	$1-\alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.50	1.00	1.50	1.71	1.82	1.89	1.94	1.98	2.00	2.03
	.90	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9
	.95	161	200	216	225	230	234	237	239	241
	.975	648	800	864	900	922	937	948	957	963
	.99	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,981	6,022
	.995	16,211	20,000	21,615	22,500	23,056	23,437	23,715	23,925	24,091
	.999	405,280	500,000	540,380	562,500	576,400	585,940	592,870	598,140	602,280
2	.50	0.667	1.00	1.13	1.21	1.25	1.28	1.30	1.32	1.33
	.90	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.95	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4
	.975	38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4
	.99	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4
	.995	199	199	199	199	199	199	199	199	199
	.999	998.5	999.0	999.2	999.2	999.3	999.3	999.4	999.4	999.4
3	.50	0.585	0.881	1.00	1.06	1.10	1.13	1.15	1.16	1.17
	.90	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.95	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.975	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5
	.99	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3
	.995	55.6	49.8	47.5	46.2	45.4	44.8	44.4	44.1	43.9
	.999	167.0	148.5	141.1	137.1	134.6	132.8	131.6	130.6	129.9
4	.50	0.549	0.828	0.941	1.00	1.04	1.06	1.08	1.09	1.10
	.90	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.95	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.975	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90
	.99	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7
	.995	31.3	26.3	24.3	23.2	22.5	22.0	21.6	21.4	21.1
	.999	74.1	61.2	56.2	53.4	51.7	50.5	49.7	49.0	48.5
5	.50	0.528	0.799	0.907	0.965	1.00	1.02	1.04	1.05	1.06
	.90	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.95	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.975	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68
	.99	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2
	.995	22.8	18.3	16.5	15.6	14.9	14.5	14.2	14.0	13.8
	.999	47.2	37.1	33.2	31.1	29.8	28.8	28.2	27.6	27.2
6	.50	0.515	0.780	0.886	0.942	0.977	1.00	1.02	1.03	1.04
	.90	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.95	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.975	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52
	.99	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.995	18.6	14.5	12.9	12.0	11.5	11.1	10.8	10.6	10.4
	.999	35.5	27.0	23.7	21.9	20.8	20.0	19.5	19.0	18.7
7	.50	0.506	0.767	0.871	0.926	0.960	0.983	1.00	1.01	1.02
	.90	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.95	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.975	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82
	.99	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.995	16.2	12.4	10.9	10.1	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51
	.999	29.2	21.7	18.8	17.2	16.2	15.5	15.0	14.6	14.3

Percentiles of the F Distribution *(continued)*

ν_2	$1-\alpha$	ν_1 = 10	12	15	20	24	30	60	120	∞
1	.50	2.04	2.07	2.09	2.12	2.13	2.15	2.17	2.18	2.20
	.90	60.2	60.7	61.2	61.7	62.0	62.3	62.8	63.1	63.3
	.95	242	244	246	248	249	250	252	253	254
	.975	969	977	985	993	997	1,001	1,010	1,014	1,018
	.99	6,056	6,106	6,157	6,209	6,235	6,261	6,313	6,339	6,366
	.995	24,224	24,426	24,630	24,836	24,940	25,044	25,253	25,359	25,464
	.999	605,620	610,670	615,760	620,910	623,500	626,100	631,340	633,970	636,620
2	.50	1.34	1.36	1.38	1.39	1.40	1.41	1.43	1.43	1.44
	.90	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.48	9.49
	.95	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	.975	39.4	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5
	.99	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
	.995	199	199	199	199	199	199	199	199	200
	.999	999.4	999.4	999.4	999.4	999.5	999.5	999.5	999.5	999.5
3	.50	1.18	1.20	1.21	1.23	1.23	1.24	1.25	1.26	1.27
	.90	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.15	5.14	5.13
	.95	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.57	8.55	8.53
	.975	14.4	14.3	14.3	14.2	14.1	14.1	14.0	13.9	13.9
	.99	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.3	26.2	26.1
	.995	43.7	43.4	43.1	42.8	42.6	42.5	42.1	42.0	41.8
	.999	129.2	128.3	127.4	126.4	125.9	125.4	124.5	124.0	123.5
4	.50	1.11	1.13	1.14	1.15	1.16	1.16	1.18	1.18	1.19
	.90	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.79	3.78	3.76
	.95	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.69	5.66	5.63
	.975	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.36	8.31	8.26
	.99	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5
	.995	21.0	20.7	20.4	20.2	20.0	19.9	19.6	19.5	19.3
	.999	48.1	47.4	46.8	46.1	45.8	45.4	44.7	44.4	44.1
5	.50	1.07	1.09	1.10	1.11	1.12	1.12	1.14	1.14	1.15
	.90	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.14	3.12	3.11
	.95	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.43	4.40	4.37
	.975	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.12	6.07	6.02
	.99	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.20	9.11	9.02
	.995	13.6	13.4	13.1	12.9	12.8	12.7	12.4	12.3	12.1
	.999	26.9	26.4	25.9	25.4	25.1	24.9	24.3	24.1	23.8
6	.50	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10	1.11	1.12	1.12
	.90	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.76	2.74	2.72
	.95	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.74	3.70	3.67
	.975	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	4.96	4.90	4.85
	.99	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.06	6.97	6.88
	.995	10.2	10.0	9.81	9.59	9.47	9.36	9.12	9.00	8.88
	.999	18.4	18.0	17.6	17.1	16.9	16.7	16.2	16.0	15.7
7	.50	1.03	1.04	1.05	1.07	1.07	1.08	1.09	1.10	1.10
	.90	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.51	2.49	2.47
	.95	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.30	3.27	3.23
	.975	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.25	4.20	4.14
	.99	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.82	5.74	5.65
	.995	8.38	8.18	7.97	7.75	7.65	7.53	7.31	7.19	7.08
	.999	14.1	13.7	13.3	12.9	12.7	12.5	12.1	11.9	11.7

Percentiles of the *F* Distribution (*continued*)

ν_2	$1-\alpha$	ν_1 = 1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	.50	0.499	0.757	0.860	0.915	0.948	0.971	0.988	1.00	1.01
	.90	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	.95	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	.975	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36
	.99	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	.995	14.7	11.0	9.60	8.81	8.30	7.95	7.69	7.50	7.34
	.999	25.4	18.5	15.8	14.4	13.5	12.9	12.4	12.0	11.8
9	.50	0.494	0.749	0.852	0.906	0.939	0.962	0.978	0.990	1.00
	.90	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	.95	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	.975	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03
	.99	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	.995	13.6	10.1	8.72	7.96	7.47	7.13	6.88	6.69	6.54
	.999	22.9	16.4	13.9	12.6	11.7	11.1	10.7	10.4	10.1
10	.50	0.490	0.743	0.845	0.899	0.932	0.954	0.971	0.983	0.992
	.90	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	.95	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	.975	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78
	.99	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	.995	12.8	9.43	8.08	7.34	6.87	6.54	6.30	6.12	5.97
	.999	21.0	14.9	12.6	11.3	10.5	9.93	9.52	9.20	8.96
12	.50	0.484	0.735	0.835	0.888	0.921	0.943	0.959	0.972	0.981
	.90	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	.95	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	.975	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44
	.99	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	.995	11.8	8.51	7.23	6.52	6.07	5.76	5.52	5.35	5.20
	.999	18.6	13.0	10.8	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48
15	.50	0.478	0.726	0.826	0.878	0.911	0.933	0.949	0.960	0.970
	.90	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	.95	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	.975	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12
	.99	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	.995	10.8	7.70	6.48	5.80	5.37	5.07	4.85	4.67	4.54
	.999	16.6	11.3	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
20	.50	0.472	0.718	0.816	0.868	0.900	0.922	0.938	0.950	0.959
	.90	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	.95	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	.975	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84
	.99	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
	.995	9.94	6.99	5.82	5.17	4.76	4.47	4.26	4.09	3.96
	.999	14.8	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24
24	.50	0.469	0.714	0.812	0.863	0.895	0.917	0.932	0.944	0.953
	.90	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91
	.95	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
	.975	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70
	.99	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
	.995	9.55	6.66	5.52	4.89	4.49	4.20	3.99	3.83	3.69
	.999	14.0	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80

Percentiles of the *F* Distribution (*continued*)

ν_2	$1-\alpha$	ν_1: 10	12	15	20	24	30	60	120	∞
8	.50	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.08	1.09
	.90	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.34	2.32	2.29
	.95	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.01	2.97	2.93
	.975	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.78	3.73	3.67
	.99	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.03	4.95	4.86
	.995	7.21	7.01	6.81	6.61	6.50	6.40	6.18	6.06	5.95
	.999	11.5	11.2	10.8	10.5	10.3	10.1	9.73	9.53	9.33
9	.50	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.05	1.07	1.07	1.08
	.90	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.21	2.18	2.16
	.95	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.79	2.75	2.71
	.975	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.45	3.39	3.33
	.99	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.48	4.40	4.31
	.995	6.42	6.23	6.03	5.83	5.73	5.62	5.41	5.30	5.19
	.999	9.89	9.57	9.24	8.90	8.72	8.55	8.19	8.00	7.81
10	.50	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.06	1.07
	.90	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.11	2.08	2.06
	.95	2.98	2.91	2.84	2.77	2.74	2.70	2.62	2.58	2.54
	.975	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.20	3.14	3.08
	.99	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.08	4.00	3.91
	.995	5.85	5.66	5.47	5.27	5.17	5.07	4.86	4.75	4.64
	.999	8.75	8.45	8.13	7.80	7.64	7.47	7.12	6.94	6.76
12	.50	0.989	1.00	1.01	1.02	1.03	1.03	1.05	1.05	1.06
	.90	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.96	1.93	1.90
	.95	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.38	2.34	2.30
	.975	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.85	2.79	2.72
	.99	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.54	3.45	3.36
	.995	5.09	4.91	4.72	4.53	4.43	4.33	4.12	4.01	3.90
	.999	7.29	7.00	6.71	6.40	6.25	6.09	5.76	5.59	5.42
15	.50	0.977	0.989	1.00	1.01	1.02	1.02	1.03	1.04	1.05
	.90	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.82	1.79	1.76
	.95	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.16	2.11	2.07
	.975	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.52	2.46	2.40
	.99	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.05	2.96	2.87
	.995	4.42	4.25	4.07	3.88	3.79	3.69	3.48	3.37	3.26
	.999	6.08	5.81	5.54	5.25	5.10	4.95	4.64	4.48	4.31
20	.50	0.966	0.977	0.989	1.00	1.01	1.01	1.02	1.03	1.03
	.90	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.68	1.64	1.61
	.95	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.95	1.90	1.84
	.975	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.22	2.16	2.09
	.99	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.61	2.52	2.42
	.995	3.85	3.68	3.50	3.32	3.22	3.12	2.92	2.81	2.69
	.999	5.08	4.82	4.56	4.29	4.15	4.00	3.70	3.54	3.38
24	.50	0.961	0.972	0.983	0.994	1.00	1.01	1.02	1.02	1.03
	.90	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.61	1.57	1.53
	.95	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.84	1.79	1.73
	.975	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.08	2.01	1.94
	.99	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.40	2.31	2.21
	.995	3.59	3.42	3.25	3.06	2.97	2.87	2.66	2.55	2.43
	.999	4.64	4.39	4.14	3.87	3.74	3.59	3.29	3.14	2.97

Percentiles of the F Distribution *(continued)*

		ν_1								
ν_2	$1-\alpha$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	.50	0.466	0.709	0.807	0.858	0.890	0.912	0.927	0.939	0.948
	.90	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
	.95	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
	.975	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57
	.99	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
	.995	9.18	6.35	5.24	4.62	4.23	3.95	3.74	3.58	3.45
	.999	13.3	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39
60	.50	0.461	0.701	0.798	0.849	0.880	0.901	0.917	0.928	0.937
	.90	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
	.95	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
	.975	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33
	.99	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
	.995	8.49	5.80	4.73	4.14	3.76	3.49	3.29	3.13	3.01
	.999	12.0	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69
120	.50	0.458	0.697	0.793	0.844	0.875	0.896	0.912	0.923	0.932
	.90	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68
	.95	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96
	.975	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22
	.99	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56
	.995	8.18	5.54	4.50	3.92	3.55	3.28	3.09	2.93	2.81
	.999	11.4	7.32	5.78	4.95	4.42	4.04	3.77	3.55	3.38
∞	.50	0.455	0.693	0.789	0.839	0.870	0.891	0.907	0.918	0.927
	.90	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63
	.95	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88
	.975	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11
	.99	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41
	.995	7.88	5.30	4.28	3.72	3.35	3.09	2.90	2.74	2.62
	.999	10.8	6.91	5.42	4.62	4.10	3.74	3.47	3.27	3.10

Percentiles of the F Distribution *(continued)*

		ν_1								
ν_2	$1-\alpha$	10	12	15	20	24	30	60	120	∞
30	.50	0.955	0.966	0.978	0.989	0.994	1.00	1.01	1.02	1.02
	.90	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.54	1.50	1.46
	.95	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.74	1.68	1.62
	.975	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	1.94	1.87	1.79
	.99	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.21	2.11	2.01
	.995	3.34	3.18	3.01	2.82	2.73	2.63	2.42	2.30	2.18
	.999	4.24	4.00	3.75	3.49	3.36	3.22	2.92	2.76	2.59
60	.50	0.945	0.956	0.967	0.978	0.983	0.989	1.00	1.01	1.01
	.90	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.40	1.35	1.29
	.95	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.53	1.47	1.39
	.975	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.67	1.58	1.48
	.99	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.84	1.73	1.60
	.995	2.90	2.74	2.57	2.39	2.29	2.19	1.96	1.83	1.69
	.999	3.54	3.32	3.08	2.83	2.69	2.55	2.25	2.08	1.89
120	.50	0.939	0.950	0.961	0.972	0.978	0.983	0.994	1.00	1.01
	.90	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.32	1.26	1.19
	.95	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.43	1.35	1.25
	.975	2.16	2.05	1.95	1.82	1.76	1.69	1.53	1.43	1.31
	.99	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.66	1.53	1.38
	.995	2.71	2.54	2.37	2.19	2.09	1.98	1.75	1.61	1.43
	.999	3.24	3.02	2.78	2.53	2.40	2.26	1.95	1.77	1.54
∞	.50	0.934	0.945	0.956	0.967	0.972	0.978	0.989	0.994	1.00
	.90	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.24	1.17	1.00
	.95	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.32	1.22	1.00
	.975	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.39	1.27	1.00
	.99	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.47	1.32	1.00
	.995	2.52	2.36	2.19	2.00	1.90	1.79	1.53	1.36	1.00
	.999	2.96	2.74	2.51	2.27	2.13	1.99	1.66	1.45	1.00

المراجـــــع

- Chou Ya-lun.; Statistical Analysis with Business and Economic Applications. Holt, Rinehart and Winston, 1970.
- Helwing T.J.; SAS Introductory Guide. SAS Institute Inc. North Carolina, 1978.
- Lapin L.L.; Statistics for Modern Business Decisions. Harcourt Brace Jovanovich, Inc. New York, 1973.
- Mullen Malik.; Applied Statistics for Business and Economics. Addison-Wesley Publishing Company, 1975.
- Neter J. and Wasserman W.; Applied Linear Statistical Models. Richard D. Irwin, Inc. Eighth Edition, 1977.
- SAS User's Guide.; 1979 Edition. SAS Institute Inc. North Carolina.

الفهرس

	رقم الصفحه
المقدمة	
الانحدا ر البسيط والانحدار المتعدد	١
الانحدار الخطي والانحدار المنحني	١
العلاقة التابعية بين متغيرين	٢
العلاقة الاحصائية بين متغيرين	٤
استخدامات تحليل الانحدار	٦
الشكل العام لنموذج الانحدار الخطي	٧
معنى ثوابت الانحدار	٧
تقدير معادلة الانحدار	٨
تقدير تباين معادلة الانحدار	١٧
انشاء حدى ثقة للقيم المتنبأ بها	٢١
انشاء حدى ثقه لـ A و B	٢٣
اختبار B	٢٦
اختبار A	٢٨
الاختبار العام للنموذج الخطي	٣٠
الارتباط	٣٣
الملاحق	٣٥
الملحق رقم (١) كشوفات الكومبيوتر	٣٦
الملحق رقم (٢) الجداول الاحصائية	٤٢
توزيع t	٤٣
توزيع F	٤٥
المراجع	٥٢
الفهرس	٥٤

مطابع جامعة الملك سعود